

CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES DE SISTEMAS DINÂMICOS COM  
ZONA MORTA APLICADO AO POSICIONAMENTO DE ROVS

Wallace Moreira Bessa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:

---

Prof. Max Suell Dutra, Dr.-Ing.

---

Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.-Ing.

---

Prof. Alexandre Gonçalves Evsukoff, Dr.

---

Prof. Sylvio José Ribeiro de Oliveira, Dr.-Ing.

---

Prof. Fernando Ribeiro da Silva, D.Sc.

---

Prof. Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2005

BESSA, WALLACE MOREIRA

Controle por modos deslizantes de sistemas dinâmicos com zona morta aplicado ao posicionamento de ROVs [Rio de Janeiro] 2005

XI, 106 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Mecânica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Veículos Robóticos Submarinos
2. Controle Não-linear
3. Controle Robusto
4. Modos Deslizantes
5. Zona-Morta

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

*“Embora seja loucura, há método nela.”*

William Shakespeare

*À minha esposa Raquel,  
aos meus pais, Dayse e Luiz Fernando,  
e aos meus irmãos, Danielle e Guilherme.*

# Agradecimentos

Ao Prof. Dr.-Ing. Max Suell Dutra (COPPE/UFRJ) e ao Prof. Dr.-Ing. Edwin Kreuzer (MuM/TUHH), pela orientação, apoio irrestrito e inúmeras sugestões, sem as quais não seria possível a realização deste trabalho;

Ao Dr.-Ing. Volker Schlegel do *Mechanik und Meerestechnik* (MuM/TUHH) pela ajuda em diversos momentos;

Ao Eng<sup>o</sup> Ney Robinson Salvi dos Reis do CENPES/PETROBRAS, pelo incentivo e por compartilhar sua experiência na área de robótica submarina;

Aos Dipl.-Ing. Norbert Borngräber-Sander, Dipl.-Ing. Riza Demir e Maschinenbau-Techniker Wolfgang Brenecke pelo auxílio no desenvolvimento da parte experimental deste trabalho.

Ao chefe do Laboratório de Robótica da COPPE/UFRJ Prof. Dott.Ric. Vitor Ferreira Romano e aos demais amigos do LabRob, em especial a M.Sc. Alexandre de Lima, Eng<sup>o</sup> Bruno dos Santos, M.Sc. Claudio Violante, Eng<sup>o</sup> Fabricio Silva, M.Sc. Jorge Audrin Morgado, D.Sc. Luciano Raptopoulos, Ph.D. Marco Naka, M.Sc. Pedro Panta e M.Sc. Victor Cesar Cruz pela motivação e apoio constantes;

Aos amigos do *Mechanik und Meerestechnik*, Dipl.-Ing. Andreas Bockstedt, Dr.-Ing. Henning Struck, Dipl.-Ing. Marc-André Pick, Dr.-Ing. Katrin Ellermann, Dipl.-Ing. Philipp Glösmann, Dipl.-Ing. Setephen Petersen e Dipl.-Ing. Wolfgang Sicherman, pela calorosa acolhida e pelo apoio durante minha estada em Hamburgo;

Aos companheiros do CEFET/RJ, Prof. Dr. Hilário Antônio Gonçalves, Prof. D.Sc. Marcos de Pinho, Prof. M.Sc. Alessandro Zachi, Prof. D.Sc. Carlos Henrique Alves e Prof. D.Sc. Paulo Lúcio de Aquino, pela constante motivação;

À CAPES, ao DAAD e ao CENPES/PETROBRAS pela oportunidade de realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES DE SISTEMAS DINÂMICOS COM ZONA MORTA APLICADO AO POSICIONAMENTO DE ROVS

Wallace Moreira Bessa

Setembro/2005

Orientadores: Prof. Max Suell Dutra, Dr.-Ing.

Prof. Edwin Kreuzer, Dr.-Ing.

Programa: Engenharia Mecânica

Devido ao grande avanço tecnológico atingido nas últimas décadas, tornou-se possível a utilização de veículos robóticos para a exploração submarina. Estes veículos, freqüentemente chamados de ROV (Remotely Operated underwater Vehicle), têm substituído os mergulhadores na realização de tarefas que ofereçam risco à vida humana. Durante a execução de uma determinada tarefa com o veículo submarino, o operador precisa monitorar e controlar uma série de parâmetros. Se alguns destes parâmetros, como por exemplo a posição e a orientação do veículo, forem assistidos automaticamente por um sistema de controle, a teleoperação do ROV pode ser incrivelmente facilitada. A partir de avaliações experimentais, verificou-se que o sistema de propulsão de um ROV pode apresentar não-linearidades do tipo zona-morta. Este trabalho descreve o desenvolvimento de uma estratégia de controle robusto e adaptativo para sistemas não-lineares incertos com zona-morta desconhecida. A estabilidade do sistema em malha fechada foi demonstrada através da teoria da estabilidade de Liapunov e com o auxílio do lema de Barbalat. A metodologia proposta foi aplicada também ao problema de posicionamento dinâmico de ROVs. Resultados numéricos são apresentados com intuito de comprovar a performance do sistema de controle.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

SLIDING MODE CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEMS WITH DEAD ZONE  
APPLIED TO THE POSITIONING OF ROVS

Wallace Moreira Bessa

September/2005

Advisors: Prof. Max Suell Dutra, Dr.-Ing.

Prof. Edwin Kreuzer, Dr.-Ing.

Department: Mechanical Engineering

Due to the great technological improvement obtained in the last decades, it became possible to use robotic vehicles for underwater exploration. These vehicles, often called ROV (Remotely Operated underwater Vehicle), have been substituting the divers in the accomplishment of tasks that result in risks to the human life. During the execution of a certain task with the robotic vehicle, the operator needs to monitor and control a number of parameters. If some of these parameters, as for instance the position and the orientation of the vehicle, could be controlled automatically, the teleoperation of the ROV can be enormously facilitated. Based on experimental tests, it was verified that ROV's thruster system can exhibit dead-zone nonlinearities. This work describes the development of a robust adaptive control strategy for nonlinear uncertain systems with unknown dead-zone. The stability and convergence properties of the closed-loop systems was proven using Lyapunov stability theory and Barbalat's lemma. The proposed methodology was also applied to the dynamic positioning of ROVs. Numerical results are presented in order to demonstrate the control system performance.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Posicionamento . . . . .	1
1.2 Desenvolvimento . . . . .	4
<b>2 Sistemas de Controle Não-Lineares</b>	<b>6</b>
2.1 Linearização por realimentação . . . . .	7
2.2 Controle por modos deslizantes . . . . .	11
2.3 Controle adaptativo . . . . .	21
<b>3 Controle de Sistemas Não-Lineares com Zona-Morta</b>	<b>28</b>
3.1 Formulação do problema . . . . .	29
3.2 Controle robusto adaptativo . . . . .	32
3.3 Simulações numéricas . . . . .	43
<b>4 Modelagem Matemática de Veículos Robóticos Submarinos</b>	<b>52</b>
4.1 Cinemática do veículo . . . . .	53
4.2 Dinâmica do veículo . . . . .	55
4.2.1 Efeitos da gravidade e da flutuação . . . . .	56
4.2.2 Efeitos hidrodinâmicos . . . . .	56
4.3 Dinâmica dos propulsores . . . . .	58
<b>5 Posicionamento Dinâmico de Veículos Robóticos Submarinos</b>	<b>62</b>
5.1 Diferenciação por modos deslizantes . . . . .	63
5.2 Compensação da dinâmica dos propulsores . . . . .	65
5.3 Controle robusto adaptativo de ROVs . . . . .	72
<b>6 Considerações Finais</b>	<b>84</b>
<b>Apêndices</b>	<b>87</b>
<b>A Projeto e Construção de um Veículo Robótico Submarino</b>	<b>87</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>101</b>

# Lista de Figuras

2.1	Rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m pelo método de linearização por realimentação com parâmetros conhecidos. . . . .	9
2.2	Rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m pelo método de linearização por realimentação com parâmetros desconhecidos. . . . .	10
2.3	Comparação no espaço de fase do erro obtido pelo método de linearização por realimentação com parâmetros conhecidos e parâmetros estimados. . . . .	11
2.4	Evolução do erro no espaço de fase de um sistema de 2 <sup>a</sup> ordem. . . . .	13
2.5	Evolução de $ s $ no domínio do tempo. . . . .	16
2.6	Rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m por modos deslizantes usando uma função do tipo relé. . . . .	18
2.7	Funções freqüentemente utilizadas na estrutura do controlador. . . . .	19
2.8	Rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m por modos deslizantes com função de saturação. . . . .	20
2.9	Comparação no espaço de fase do erro de rastreamento obtido por modos deslizantes com função do tipo relé e com função de saturação. . . . .	20
2.10	Rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m usando uma estratégia adaptativa de controle. . . . .	26
2.11	Convergência dos parâmetros estimados do controlador. . . . .	26
3.1	Não-linearidade do tipo zona-morta. . . . .	30
3.2	Diagrama de blocos do controlador proposto. . . . .	38
3.3	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ . . . . .	44
3.4	Comparação do erro de rastreamento obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando $x_d = 2 \sin t$ e $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ . . . . .	45
3.5	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = [-2,0 \ 3,0]^T$ . . . . .	46
3.6	Evolução de $s$ no domínio do tempo para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = [-2,0 \ 3,0]^T$ . . . . .	46
3.7	Avaliação da convergência do algoritmo adaptativo nebuloso através da comparação entre os valores de $d(u)$ e de sua estimativa $\hat{d}(\hat{u})$ . . . . .	47
3.8	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado. . . . .	48

3.9	Comparação do erro de rastreamento obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando $x_d = 2 \sin t$ , $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ e incerteza no modelo dinâmico. . . . .	49
3.10	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$ e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado. . . . .	50
3.11	Evolução de $s$ no domínio do tempo para o rastreamento da trajetória $x_d = 2 \sin t$ , considerando $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$ e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado. . . . .	50
3.12	Avaliação da convergência do algoritmo adaptativo nebuloso através da comparação entre os valores de $d(u)$ e de sua estimativa $\hat{d}(\hat{u})$ , considerando incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado. . . . .	51
4.1	Sistemas de coordenadas do veículo robótico submarino. . . . .	53
4.2	Zona-morta dos propulsores. . . . .	60
4.3	Comparação entre os valores obtidos experimentalmente com os propulsores do ROV AEGIR e simulados com os modelos 1 e 2. . . . .	61
5.1	Resultados obtidos com o 2-SMD. . . . .	65
5.2	Diagrama de blocos do controlador com FFTC. . . . .	67
5.3	Resultados obtidos via linearização por realimentação e com o FFTC para o rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m. . . . .	68
5.4	Diagrama de blocos do controlador com SMTC. . . . .	69
5.5	Resultados obtidos via linearização por realimentação e com o SMTC para o rastreamento da trajetória $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m. . . . .	72
5.6	Arranjo dos propulsores do ROV AEGIR. . . . .	76
5.7	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m. . . . .	78
5.8	Comparação do erro obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m. . . . .	78
5.9	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m, considerando a presença de perturbações aleatórias de $\pm 3$ N. . . . .	79
5.10	Comparação do erro obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$ m e a presença de perturbações de $\pm 3$ N. . . . .	79
5.11	Velocidade de rotação dos propulsores associados ao movimento desejado no plano $XY$ , apresentado na Figura 5.12. . . . .	80
5.12	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o movimento no plano $XY$ , considerando a presença de perturbações aleatórias de $\pm 3$ N. . . . .	81
5.13	Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o posicionamento dinâmico do ROV no espaço $\mathbb{R}^3$ , considerando a presença de perturbações aleatórias de $\pm 3$ N. . . . .	82
5.14	Evolução ao longo do tempo dos graus de liberdade $x$ , $y$ , $z$ e $\gamma$ , associados ao problema de posicionamento dinâmico no espaço $\mathbb{R}^3$ . . . . .	83

A.1	Modelo em CAD do AEGIR. . . . .	88
A.2	Fotos do AEGIR. . . . .	89
A.3	Interface com o operador para sistema de controle dos propulsores. . . . .	91
A.4	Esquema da configuração adotada para a teleoperação do veículo. . . . .	92
A.5	Diagrama do controlador nebuloso do sistema de propulsão. . . . .	93
A.6	Resultados obtidos via Internet com o controlador do sistema de propulsão. . . . .	95
A.7	Montagem do propulsor. . . . .	96
A.8	Hélices testados. . . . .	97
A.9	Esquema do aparato experimental montado para o teste com o propulsor. . . . .	98
A.10	Empuxo $\times$ Potência fornecida ao motor. Resultados experimentais. . . . .	99
A.11	Comparação entre os valores simulados e levantados experimentalmente com os propulsores do ROV AEGIR. . . . .	100

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Posicionamento

Tão antigo quanto o sonho de desvendar os segredos do fundo do mar, é a necessidade de explorar os recursos disponíveis neste mundo submerso que representa mais de dois terços da superfície do nosso planeta. Assim, o homem tem ao longo da história se esforçado para vencer as barreiras naturais que lhe são impostas e penetrar neste ambiente tão inóspito.

Devido ao grande desenvolvimento tecnológico obtido nas últimas décadas, tornou-se possível a utilização de veículos não tripulados para a exploração submarina. Estes veículos, freqüentemente chamados de UUV (*Unmanned Underwater Vehicle*), têm sido amplamente utilizados em missões militares, na pesquisa oceanográfica, no estudo da biologia e da arqueologia marinha, e principalmente na montagem, inspeção e reparo de estruturas *offshore*.

Os UUVs podem ser divididos em basicamente dois subgrupos distintos: veículos submarinos de operação remota (ROVs – *Remotely Operated underwater Vehicles*) e veículos submarinos autônomos (AUVs – *Autonomous Underwater Vehicles*).

Os ROVs são veículos teleoperados que possuem um cabo umbilical conectando-os à embarcação de apoio. Normalmente apresentam capacidade de manobrabilidade em pelo menos quatro graus de liberdade, e podem ainda ser equipados com um ou mais manipuladores. O umbilical é encarregado da telemetria e de prover energia ao veículo.

Já os AUVs, são veículos completamente autônomos mas que apresentam capa-

cidade de manobrabilidade limitada e cuja aplicabilidade é restringida não só pela autonomia de suas baterias embarcadas, mas também pela dificuldade na comunicação acústica, inerente ao meio subaquático [1].

Particularmente no Brasil, aonde 75% de nossas reservas de petróleo estão localizadas em águas profundas (de 400 a 1000 m de profundidade) ou ultra-profundas (com profundidade superior a 1000 m), os ROVs têm substituído os mergulhadores na realização de tarefas que ofereçam risco à vida humana.

Durante a execução de uma determinada tarefa com o veículo submarino o operador precisa monitorar e controlar uma série de parâmetros. Se alguns destes parâmetros, como por exemplo a posição e a orientação do veículo, forem assistidos automaticamente por um sistema de controle, a teleoperação do ROV pode ser incrivelmente facilitada. No entanto, o comportamento dinâmico fortemente não-linear desta classe de veículos torna desapropriada a aplicação de metodologias clássicas de controle linear.

Até o presente momento, diversas estratégias foram propostas, implementadas e testadas, muito embora se observe que boa parte dos trabalhos não dão a devida atenção à demonstração analítica da estabilidade do algoritmo utilizado. Todavia, ao projetar um sistema de controle, é imprescindível a capacidade de prever o comportamento do sistema dinâmico na presença de perturbações. Portanto, tendo em vista o fato de um controlador instável ser potencialmente perigoso, a pergunta mais importante a ser feita acerca de um sistema de controle diz respeito à sua estabilidade.

O crescente número de trabalhos nos últimos anos, dedicados ao posicionamento dinâmico de veículos robóticos submarinos confirmam a necessidade de se desenvolver um sistema confiável, capaz de lidar com as não-linearidades da dinâmica do veículo e com incertezas típicas do ambiente subaquático. O termo *posicionamento dinâmico* surgiu na literatura especializada para diferenciar a tarefa de controlar veículos que apresentem ampla manobrabilidade, do problema de controle de posição e orientação de veículos sub-atuados, como é o caso de AUVs, submarinos e demais embarcações marítimas.

Deste modo, controladores convencionais do tipo P-PI (Proporcional Proporcional-Integral) foram utilizados em [2, 3] para o posicionamento dinâmico de ROVs. Este tipo de controlador apresentou resultados satisfatórios nos casos em que não havia perturbações externas. Em [4] adotou-se um sistema de inferência nebuloso (FIS –

*Fuzzy Inference System*) para minimizar o efeito de sobrepasso (*overshoot*) de um controlador PID, projetado para o controle de profundidade de um ROV. Controladores nebulosos (FLC – *Fuzzy Logic Controllers*) do tipo P e PD são apresentados em [5,6], respectivamente, para o ROV denominado GARBI. Apesar da boa performance, obtida com os controladores nebulosos, mesmo nos casos de ausência de um modelo dinâmico representativo, nem sempre é possível assegurar a estabilidade e as propriedades de convergência destes sistemas. Em [7] uma comparação entre diferentes algoritmos baseados no modelo dinâmico, linearizado ou não, e com estimativa de parâmetros *on-line* ou *off-line* é apresentada. A performance deste tipo de sistema está diretamente relacionada à ausência de variações abruptas das perturbações externas, à escolha dos parâmetros do controlador e à viabilidade de obtenção de um bom modelo matemático para o veículo.

Os sistemas a estrutura variável têm, por sua vez, demonstrado excelente desempenho no controle de veículos robóticos submarinos. A estratégia de suavização da lei de controle, através da incorporação de uma camada limite à estrutura do controlador, permitiu a eliminação das oscilações excessivas da variável manipulada (*chattering*), comuns à metodologia clássica por modos deslizantes, o que aumentou sensivelmente a viabilidade de sua aplicação ao controle de sistemas mecânicos. Em [8,9] são apresentadas estratégias de controle usando modos deslizantes (SMC – *Sliding Mode Control*) para o posicionamento dinâmico de ROVs. Em [10] abordou-se o mesmo problema através do controle adaptativo por modelo de referência à estrutura variável. Estratégias usando modos deslizantes foram também adotadas para o controle de AUVs em [11,12]. Combinando um algoritmo adaptativo ao controle a estrutura variável foi proposto em [13] um esquema híbrido para o sistema de controle de um AUV. Entretanto, conforme será tratado no Capítulo 2, no caso de sistemas dinâmicos com elevado grau de incerteza, a adoção de uma camada limite com espessura suficiente à eliminação do *chattering*, freqüentemente ocasiona a baixa performance do controlador.

Aliando capacidade da lógica nebulosa de acomodar a experiência de especialistas, através de regras heurísticas e variáveis lingüísticas, e a robustez frente a variações, tanto estruturadas quanto não estruturadas, do controle a estrutura variável, foi proposto em [14], e posteriormente aplicado ao controle de AUVs em [15,16], um controlador nebuloso por modos deslizantes (SMFC – *Sliding Mode Fuzzy Control*). Esta

estratégia, em comparação com controladores fuzzy convencionais, possibilita uma redução drástica no número de regras, e por conseqüência no número de parâmetros do controlador, facilitando assim a tarefa de sintonia do algoritmo de controle. Porém, a estabilidade deste algoritmo ainda carece de demonstração.

Mediante avaliações experimentais realizadas em um canal de ondas com o sistema de propulsão de um ROV experimental, denominado AEGIR<sup>1</sup> (*An Experimental General-purpose Internet-based underwater Robot*), identificou-se a existência de uma zona-morta nos propulsores do veículo. Não-linearidades do tipo zona-morta são comuns em diversos atuadores, como por exemplo servo-válvulas hidráulicas e servomotores DC, e sua presença normalmente causa degradação no desempenho do controlador [17].

Portanto, dadas as características do problema apresentado, propõem-se neste trabalho um novo algoritmo a estrutura variável para o controle de sistemas dinâmicos incertos e com zona-morta. A metodologia proposta baseia-se no desenvolvimento de um controlador robusto, ao qual foi incorporado um sistema de inferência nebuloso adaptativo, a fim de compensar a perda de performance provocada pela presença da zona-morta. Tanto a estabilidade do sistema quanto suas propriedades de convergência são rigorosamente demonstradas através de uma análise baseada na teoria da estabilidade de Liapunov e com o auxílio do lema de Barbalat. Resultados numéricos obtidos em simulações computacionais com um sistema não-linear instável e com o modelo dinâmico de um ROV confirmam as conclusões deduzidas analiticamente e comprovam o desempenho superior da metodologia aqui proposta.

## 1.2 Desenvolvimento

Para facilitar sua apresentação, a tese foi estruturada em seis capítulos e um apêndice.

Neste primeiro capítulo apresenta-se a motivação inicial do trabalho, bem como uma breve introdução ao problema de posicionamento dinâmico de veículos robóticos submarinos.

---

<sup>1</sup>Aegir (ou Ægir) – Deus do mar na mitologia nórdica

O Capítulo 2 trata do controle de sistemas não-lineares. São apresentadas três das técnicas mais comumente adotadas, linearização por realimentação, controle por modos deslizantes e controle adaptativo.

No Capítulo 3 apresenta-se uma estratégia inédita para o controle de sistemas dinâmicos não-autônomos, incertos e com zona-morta desconhecida. A estabilidade deste novo algoritmo é analiticamente demonstrada com a ajuda do lema de Barbalat. Resultados numéricos obtidos em simulações computacionais confirmam a superioridade do algoritmo proposto.

O Capítulo 4 descreve a modelagem matemática de veículos submarinos de operação remota. O modelo dinâmico não-linear utilizado baseia-se em modelos previamente apresentados na literatura especializada. São apresentadas algumas modificações para o modelo dinâmico dos propulsores, as quais permitem uma representação matemática mais realística do sistema de propulsão.

No Capítulo 5, o sistema de controle robusto e adaptativo proposto no Capítulo 3 para o controle de sistemas incertos com zona-morta é aplicado ao posicionamento dinâmico de ROVs. Discute-se também a influência da dinâmica dos propulsores sobre o comportamento dinâmico do veículo como um todo.

O Capítulo 6 apresenta as considerações finais e as conclusões obtidas, assim como sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice A aborda as etapas de projeto e construção do AEGIR, um veículo robótico submarino projetado pelo autor deste trabalho para operar como plataforma de testes experimentais. Discute-se também a metodologia desenvolvida para possibilitar a teleoperação do veículo via Internet e os testes realizados com o sistema de propulsão em um canal de ondas.

# Capítulo 2

## Sistemas de Controle Não-Lineares

O controle de sistemas não-lineares vem gradualmente ocupando um espaço cada vez maior, tanto no âmbito teórico quanto no que diz respeito às aplicações. Seu desenvolvimento deve-se, principalmente, à necessidade de superar algumas limitações inerentes aos sistemas de controle lineares.

Um dos avanços alcançados com a utilização de controladores não-lineares foi a possibilidade de aumento da faixa operacional. Ao empregar métodos tradicionais de controle linear, assume-se que o domínio de operação não ultrapassará o intervalo de validade do modelo linearizado, sob risco de perda significativa de performance ou até instabilidade do sistema em malha fechada. Em contrapartida, sistemas de controle não-linear apresentam ótimo desempenho, mesmo quando aplicados em um domínio amplo de operação.

Outra vantagem proporcionada pela adoção de uma abordagem baseada na teoria do controle não-linear, está relacionada à dificuldade de linearização de alguns tipos de não-linearidades, como por exemplo, histerese, saturação, atrito de Coulomb e zona-morta.

Embutida nestas duas características está ainda a possibilidade de utilização de componentes de baixo custo em sistemas de controle não-linear. Controladores lineares necessitam de sensores e atuadores de excelente qualidade, que apresentem comportamento linear em todo o domínio de operação. Deste modo, a opção por uma estratégia não-linear adequada pode muitas vezes significar uma redução no custo de implementação do controlador, sem comprometer no entanto o desempenho requisitado.

Neste capítulo serão apresentadas algumas metodologias de controle não-linear, as quais são freqüentemente encontradas na literatura e em diversas aplicações. A estabilidade e as propriedades de convergência dos sistemas em malha-fechada resultantes serão também apropriadamente discutidas.

## 2.1 Linearização por realimentação

A estratégia de linearização por realimentação (*feedback linearization*) tem sido largamente empregada, principalmente na área de robótica industrial, devido à simplicidade na qual ela se apresenta. A idéia por trás do método consiste na escolha de uma lei de controle que permita a transformação do sistema dinâmico original em um sistema dinâmico equivalente, porém mais simples [18].

Considere, por exemplo, o sistema dinâmico não-linear e não-autônomo apresentado a seguir:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)u(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.1)$$

ou de modo equivalente por:

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)u(t) \\ y = x \end{cases} \quad (2.2)$$

onde  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$  é o vetor com as variáveis de estado,  $x^{(n)}$  é a  $n$ -ésima derivada da variável de estado  $x$ , enquanto  $u$  e  $y$  são, respectivamente, as variáveis de entrada e saída do sistema. As funções  $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são não-lineares e variantes no tempo.

Considere agora o problema de rastreamento da trajetória  $\mathbf{x}_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ , onde o objetivo do controlador é fazer com que  $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_d$  à medida que  $t \rightarrow \infty$ , ou seja, que  $\tilde{\mathbf{x}} \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ , sendo  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]^T$  definido como o erro de rastreamento. Assim, assumindo que o vetor de estados  $\mathbf{x}$  está disponível para ser

medido, que as funções  $f$  e  $g$  são perfeitamente conhecidas, e que  $g(\mathbf{x}, t)$  é diferente de zero, temos que a lei de controle:

$$u = g^{-1}(-f + x_d^{(n)} - k_0\tilde{x} - k_1\dot{\tilde{x}} - \dots - k_{n-1}\tilde{x}^{(n-1)}) \quad (2.3)$$

garante que  $\tilde{x} \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ , desde que os coeficientes  $k_i$  ( $i = 0, 2, \dots, n-1$ ) façam do polinômio  $p^n + k_{n-1}p^{n-1} + \dots + k_0$  um polinômio de Hurwitz<sup>1</sup>.

**Definição 2.1** *Um polinômio de Hurwitz é um polinômio cujos coeficientes são números reais positivos e cujas raízes estão localizadas na metade esquerda do plano complexo, ou seja, a parte real de cada raiz é negativa.*

A convergência do sistema em malha fechada pode ser facilmente analisada se a lei de controle apresentada na equação (2.3) for substituída no sistema dinâmico não-linear da equação (2.2). O sistema dinâmico resultante pode ser escrito na forma:

$$\tilde{x}^{(n)} + k_{n-1}\tilde{x}^{(n-1)} + \dots + k_1\dot{\tilde{x}} + k_0\tilde{x} = 0 \quad (2.4)$$

para o qual, o polinômio característico associado é um polinômio de Hurwitz, o que garante convergência exponencial a zero.

**Exemplo 2.1** *Posicionamento dinâmico de um veículo robótico submarino pelo método de linearização por realimentação.*

Apenas para ilustrar a aplicação do método de linearização por realimentação, considere o modelo não-linear simplificado de um veículo robótico submarino de um grau de liberdade, cujos parâmetros sejam perfeitamente conhecidos:

$$M\ddot{x} + C_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| = \tau \quad (2.5)$$

onde  $\dot{x}$  e  $\ddot{x}$  são, respectivamente, a velocidade e a aceleração relativas entre o veículo e a água,  $\tau$  é a força total de propulsão e representará também a variável manipulada do controlador,  $M = 50$  kg é a massa do veículo mais a massa adicional hidrodinâmica,  $A = 0,25$  m<sup>2</sup> representa a superfície de referência,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> a massa específica da

---

<sup>1</sup>Adolf Hurwitz (1859–1919) – Matemático alemão.

água, e  $C_D = 2$  o coeficiente adimensional do amortecimento quadrático hidrodinâmico. Maiores detalhes relativos a este modelo serão discutidos no Capítulo 4.

Deste modo, obtém-se pelo método de linearização por realimentação, a seguinte lei de controle:

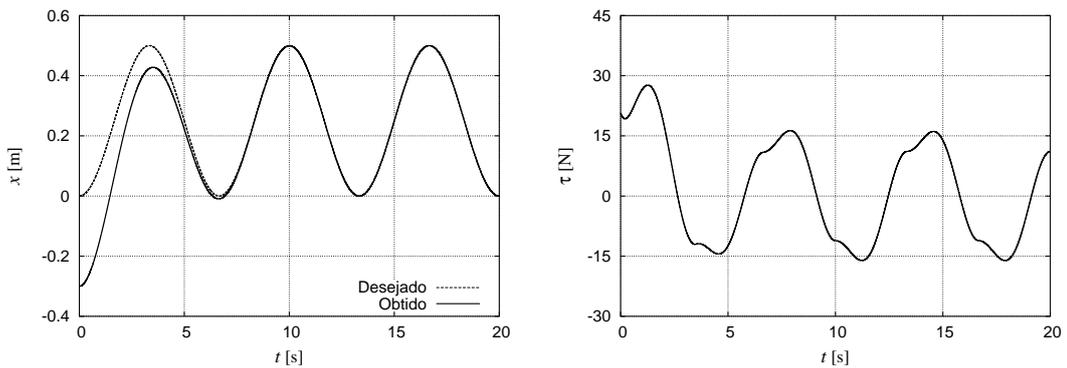
$$\tau = C_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| + M(\ddot{x}_d - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x}) \quad (2.6)$$

A dinâmica equivalente do sistema em malha fechada pode então ser representada por:

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x} = 0 \quad (2.7)$$

o que, para  $\lambda$  positivo, garante convergência exponencial a zero.

Para avaliar a performance do controlador, as equações (2.5) e (2.6) foram computacionalmente implementadas em C. Na solução numérica optou-se por transformar a equação diferencial de 2ª ordem do modelo do veículo, equação (2.5), em um sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem, de modo que ambas pudessem ser simultaneamente resolvidas pelo método de Runge-Kutta<sup>2</sup> de 4ª ordem. As simulações foram realizadas a uma taxa de 1 kHz para o simulador e 500 Hz para o controlador. Na Figura 2.1 apresenta-se os resultados obtidos para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m, considerando  $\lambda = 0,8$ , e que o estado inicial do sistema era  $\mathbf{x} = [-0,3 \ 0,0]^T$ .



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $\tau$ .

Figura 2.1: Rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m pelo método de linearização por realimentação com parâmetros conhecidos.

<sup>2</sup>Carl David Tolmé Runge (1856–1927) e Wilhelm Kutta (1867–1944) – Matemáticos alemães

Como pode ser observado na Figura 2.1(a), o controlador proposto garantiu que, após um curto período transiente de aproximadamente 5 s, a trajetória pré-estabelecida fosse rigorosamente cumprida. No entanto, destaca-se que isto só foi possível, graças ao conhecimento prévio dos valores exatos dos parâmetros  $M$  e  $C_D$  do modelo. Caso os parâmetros do modelo fossem desconhecidos, o rastreamento perfeito não seria possível. Para comprovar esta afirmação, foi realizada uma nova simulação, porém desta vez os parâmetros adotados para o modelo apresentavam uma variação de  $\pm 25\%$  em relação aos valores estimados  $\hat{M} = 50$  kg e  $\hat{C}_D = 2$ , utilizados no controlador. Esta variação é fisicamente justificável, uma vez que a adoção de parâmetros concentrados na representação dos efeitos hidrodinâmicos constitui uma idealização, conforme será discutido no Capítulo 4. Assim, os valores adotados para os parâmetros do modelo foram  $M = 50\xi$  kg e  $C_D = 2\xi$ , onde  $\xi = [1 + 0,25 \text{ sen}(|x|t)]$ . Os resultados obtidos são apresentados na Figura 2.2.

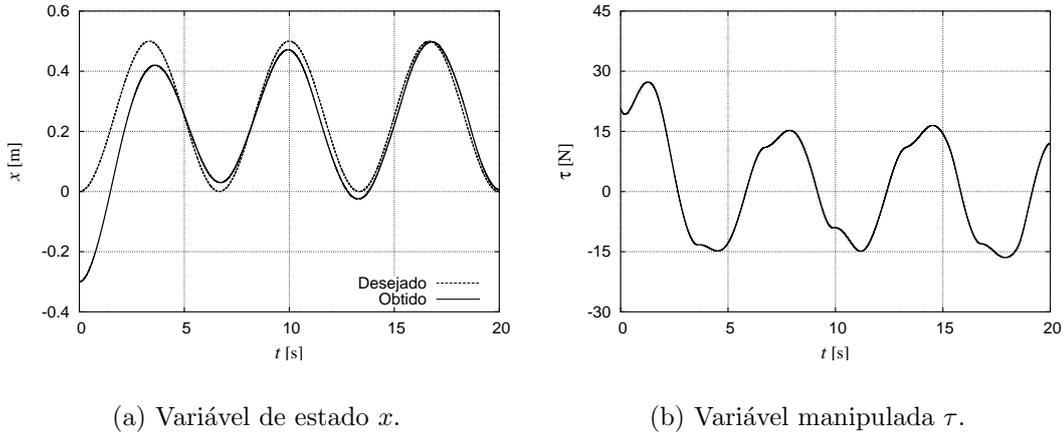


Figura 2.2: Rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m pelo método de linearização por realimentação com parâmetros desconhecidos.

Observando a Figura 2.2(a), pode-se verificar que, neste caso, não foi possível rastrear com perfeição a trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m. Esta perda de performance do controlador pode ser mais facilmente observada, através de uma análise da evolução do erro no espaço de fase, conforme apresentado na Figura 2.3.

Como pode ser visto, no caso de parâmetros perfeitamente conhecidos, Figura 2.3(a), obtém convergência a zero para o erro ( $\tilde{\mathbf{x}} \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ ), o que não ocorre no caso dos parâmetros estimados serem diferentes dos parâmetros do modelo, Figura 2.3(b).

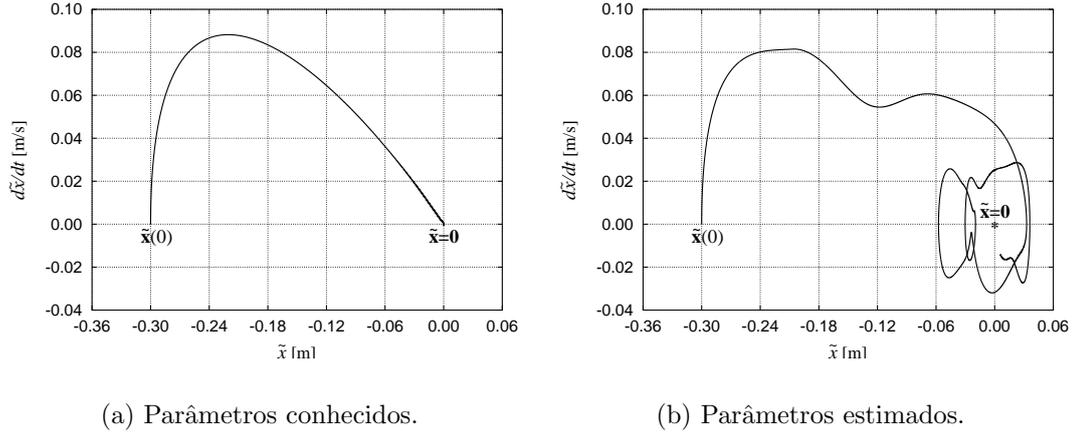


Figura 2.3: Comparação no espaço de fase do erro obtido pelo método de linearização por realimentação com parâmetros conhecidos e parâmetros estimados.

□

É importante ainda ressaltar que, caso os parâmetros do modelo não sejam plenamente conhecidos, o método de linearização por realimentação não garante a estabilidade do sistema em malha fechada, uma vez que o polinômio característico associado não se apresentará como um polinômio de Hurwitz.

Deste modo, em se tratando de sistemas dinâmicos não-lineares incertos, é mais aconselhável que sejam adotadas estratégias de controle robusto e/ou adaptativo, para evitar perda de performance por parte do controlador, e comportamentos indesejáveis do sistema controlado. Discute-se a seguir uma técnica já consagrada de controle robusto, denominada controle por modos deslizantes, e na seção posterior uma metodologia de controle adaptativo.

## 2.2 Controle por modos deslizantes

O surgimento da teoria do controle por modos deslizantes (SMC – *Sliding Mode Control*) deve-se principalmente ao trabalho pioneiro em equações diferenciais com descontinuidades [19], apresentado originalmente em 1960 por Filippov<sup>3</sup>, e cuja aplicação foi largamente investigada na literatura especializada da antiga União Soviética [20]. Atualmente, esta estratégia de controle robusto tem sido empregada com sucesso em

<sup>3</sup>Alexei Fedorovich Filippov (1923– ) – Matemático russo.

problemas que envolvam sistemas com incertezas paramétricas ou cuja dinâmica não seja conhecida com exatidão.

Considere então uma superfície  $S(t)$ , dita de deslizamento, definida no espaço de estado  $\mathbb{R}^n$  pela equação escalar  $s(\mathbf{x}, t) = 0$ , sendo  $s : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  convencionalmente definida, para um sistema dinâmico de ordem  $n$ , pela equação (2.8):

$$s(\mathbf{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (2.8)$$

onde  $\tilde{x} = x - x_d$  é o erro de rastreamento associado à variável de estado  $x$ , e  $\lambda$  uma constante positiva.

A idéia principal do controle por modos deslizantes consiste em transformar um problema de rastreamento de trajetória de ordem  $n$  em  $\mathbf{x}$ , em um problema de estabilização de primeira ordem em  $s$ . Assim, a lei de controle  $u$  deve ser projetada de modo a garantir que  $\mathbf{x}$  alcance a superfície  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  em um dado intervalo de tempo finito, e que, após alcançada, siga “*deslizando*” exponencialmente sobre ela até atingir  $\mathbf{x}_d$ . Isto significa que o problema pode então ser dividido em duas fases distintas: o modo de aproximação, no qual os estados desenvolvem uma trajetória de  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$  até a superfície  $s(\mathbf{x}, t) = 0$ , e o modo deslizante, no qual a trajetória dos estados está restrita a esta superfície. Estas duas situações podem ser mais facilmente entendidas quando analisadas graficamente.

Na Figura 2.4 apresenta-se, por exemplo, uma interpretação gráfica da evolução do erro no espaço de fase para um sistema de 2ª ordem, quando controlado por modos deslizantes. Neste caso, sendo  $n = 2$ , temos pela equação (2.8) que a superfície de deslizamento é definida por  $s(\mathbf{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x} = 0$ .

Para melhor compreender a *filosofia* do método, suponha, a princípio, que a trajetória desejada se inicie a partir do estado atual do sistema

$$\mathbf{x}_d(0) = \mathbf{x}(0) \quad (2.9)$$

ou seja, o problema de rastreamento começa com o erro sendo igual a zero,  $\tilde{\mathbf{x}}(0) = 0$ , o que automaticamente implica em  $s(\mathbf{x}, t) = 0$ .

Deste modo, bastaria que a lei de controle fosse projetada de modo a garantir que a dinâmica  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  fosse estabelecida, o que já seria suficiente para manter os estados na superfície de deslizamento. Pela equação (2.8), pode-se verificar que  $s(\mathbf{x}, t) = 0$

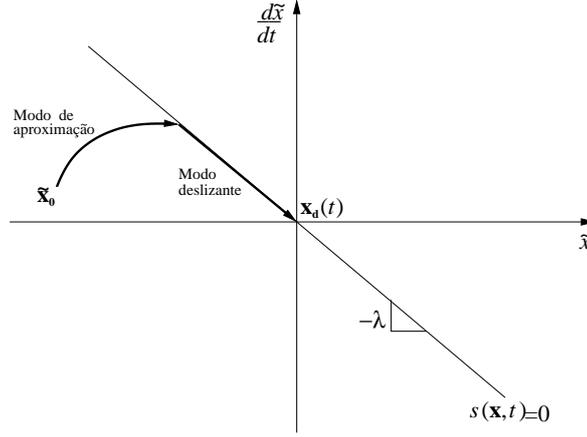


Figura 2.4: Evolução do erro no espaço de fase de um sistema de 2ª ordem.

representa uma equação diferencial, cuja solução implica na convergência exponencial de  $\tilde{x}$  a zero.

Antes de dar prosseguimento ao projeto do controlador, convém, apenas para facilitar a argumentação, reescrever a equação (2.8) na seguinte forma:

$$s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.10)$$

onde  $\mathbf{\Lambda} = [\lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda, c_1]^T$ , e  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) são coeficientes que fazem do polinômio  $\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \dots + c_2\lambda + c_1$  um polinômio de Hurwitz.

Esta notação sugere ainda uma representação conveniente, através da equação (2.11), para a primeira derivada de  $s$  em relação a  $t$ :

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{\Lambda}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{x}^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.11)$$

onde  $\mathbf{\Lambda}_u = [0, \lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda]^T$ .

Assim, considerando o sistema dinâmico não-linear apresentado anteriormente na equação (2.2):

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)u(t) \\ y = x \end{cases}$$

e a condição inicial imposta pela equação (2.9), a lei de controle:

$$u = g^{-1} \left( -f + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \quad (2.12)$$

seria suficiente para permitir que a dinâmica  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  fosse estabelecida, no caso, é claro, das funções não-lineares  $f$  e  $g$  serem perfeitamente conhecidas.

No entanto, considere uma situação mais realística, onde  $\mathbf{x}_d(0) \neq \mathbf{x}(0)$ , e onde a função  $f$  e o ganho  $g$  não são conhecidos mas a extensão de suas incertezas sim:

**Hipótese 2.1** *A função  $f$  é desconhecida, porém limitada por uma função conhecida de  $\mathbf{x}$  e  $t$ , ou seja,*

$$\left| \hat{f}(\mathbf{x}, t) - f(\mathbf{x}, t) \right| \leq F(\mathbf{x}, t)$$

onde  $\hat{f}(\mathbf{x}, t)$  é o valor estimado de  $f(\mathbf{x}, t)$ .

**Hipótese 2.2** *O ganho  $g$  é desconhecido, porém limitado e positivo, ou seja,  $0 < g_{\min} \leq g(\mathbf{x}, t) \leq g_{\max}$ .*

Neste caso, deve-se propor uma lei de controle que atenda a condição:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (2.13)$$

onde  $\eta$  é uma constante positiva que, conforme será visto adiante, está relacionada ao tempo necessário para que a superfície de deslizamento seja alcançada no modo de aproximação.

A condição apresentada na inequação (2.13) impõe que o quadrado da distância ( $s^2$ ) do estado atual do sistema até a superfície de deslizamento  $S(t)$ , diminua para qualquer trajetória que se inicie fora de  $S(t)$ . Portanto, ao satisfazer a condição de deslizamento (como também é chamada esta inequação), o controlador resultante faz da superfície de deslizamento  $S(t)$  um conjunto invariante, ou seja, toda trajetória que se inicia em  $S(t)$  permanece em  $S(t)$  para  $\forall t \geq 0$ .

Então, para garantir que a condição de deslizamento seja satisfeita, pode-se propor a adição à estrutura do controlador de um termo descontínuo em  $s(\mathbf{x}, t) = 0$ , definido de modo a compensar as incertezas em relação a  $f$  e  $g$ , o que resulta na lei de controle:

$$u = \hat{g}^{-1} \left[ -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} - K \operatorname{sgn}(s) \right] \quad (2.14)$$

onde  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  é uma função do tipo relé, a qual pode ser matematicamente definida por:

$$\operatorname{sgn}(z) = \begin{cases} -1 & \text{se } z < 0 \\ 0 & \text{se } z = 0 \\ 1 & \text{se } z > 0 \end{cases}$$

e o ganho  $K$  deve ser definido de modo a satisfazer a condição de deslizamento.

Deste modo, seja a condição de deslizamento, apresentada na equação (2.13), e as equações (2.2), (2.11) e (2.14):

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 &= s\dot{s} = s(\tilde{x}^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) = s(x^{(n)} - x_d^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) \\
&= \left[ f + gu - (x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) \right] s \\
&= \left[ f + g\hat{g}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} - K \operatorname{sgn}(s) \right) - (x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) \right] s \\
&= \left[ f + g\hat{g}^{-1}(-\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) + (x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) - g\hat{g}^{-1}K \operatorname{sgn}(s) \right] s
\end{aligned}$$

Fazendo  $f = \hat{f} - (\hat{f} - f)$ , temos:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = - \left[ (\hat{f} - f) + (1 - g\hat{g}^{-1})(-\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) - g\hat{g}^{-1}K \operatorname{sgn}(s) \right] s$$

Pela Hipótese 2.2, é fisicamente justificável que o valor estimado de  $g$  seja calculado pela geométrica:  $\hat{g} = \sqrt{g_{\max} g_{\min}}$ . Deste modo, os limites de  $g$  podem ser reescritos na forma  $\mathcal{G}^{-1} \leq \hat{g}/g \leq \mathcal{G}$ , onde  $\mathcal{G} = \sqrt{g_{\max}/g_{\min}}$ .

Assim, considerando a Hipótese 2.1, e definindo o valor de  $K$  como

$$K \geq \mathcal{G}(F + \eta) + (\mathcal{G} - 1) |-\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}| \quad (2.15)$$

temos que a condição de deslizamento é finalmente satisfeita:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s|$$

Ao definir o ganho  $K$  conforme a equação (2.15), confere-se ao controlador resultante a robustez necessária frente as incertezas do sistema dinâmico apresentado na equação (2.2), proporcionando, assim, um rastreamento perfeito da trajetória pré-estabelecida  $\mathbf{x}_d$ .

Analisando a condição de deslizamento pode-se ainda inferir que a superfície de deslizamento é alcançada em um intervalo de tempo finito.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \leq -\eta |s|$$

Dividindo ambos os lados da inequação por  $|s|$ , e integrando-os entre 0 e  $t$ , temos:

$$\frac{s}{|s|} \dot{s} \leq -\eta \quad \rightsquigarrow \quad \int_0^t \frac{s}{|s|} \dot{s} d\tau \leq - \int_0^t \eta d\tau \quad \rightsquigarrow \quad |s(\tau)| \Big|_0^t \leq -\eta \tau \Big|_0^t$$

ou seja,

$$|s(t)| \leq |s(0)| - \eta t$$

e deste modo, lembrando que ao alcançar a superfície de deslizamento temos  $s(t_{\text{alc}}) = 0$ , pode-se determinar o tempo necessário ( $t_{\text{alc}}$ ) para que a fase de deslizamento comece a acontecer:

$$t_{\text{alc}} \leq \frac{|s(0)|}{\eta} \quad (2.16)$$

Portanto, o valor da constante positiva  $\eta$  pode ser dimensionado de modo a garantir a velocidade com a qual os estados alcançarão a superfície de deslizamento. Uma interpretação gráfica da relação entre o tempo de alcance  $t_{\text{alc}}$  e a constante  $\eta$  é apresentada na Figura 2.5.

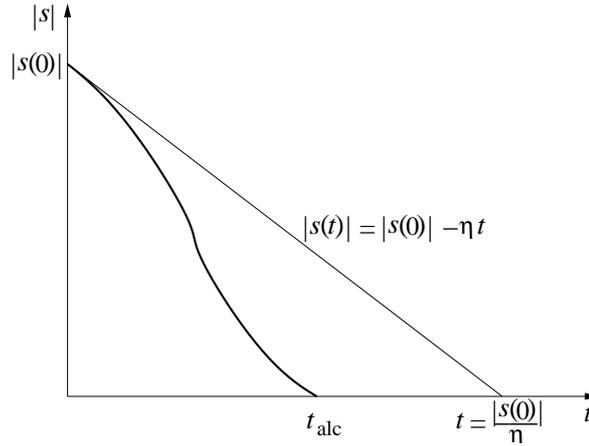


Figura 2.5: Evolução de  $|s|$  no domínio do tempo.

Através da Figura 2.5, destaca-se que a evolução  $|s|$  no tempo é limitada pela reta  $|s(t)| = |s(0)| - \eta t$ , o que garante que a fase de deslizamento se iniciará antes de  $t = |s(0)|/\eta$ .

Para avaliar a performance do controlador por modos deslizantes, vejamos agora seu desempenho no problema de posicionamento dinâmico do veículo robótico submarino, previamente apresentado no Exemplo 2.1.

**Exemplo 2.2** *Posicionamento dinâmico de um veículo robótico submarino por modos deslizantes.*

Considere novamente o modelo não-linear simplificado de um grau de liberdade para um veículo robótico submarino:

$$M\ddot{x} + C_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| = \tau$$

para o qual, sendo  $n = 2$ , pode-se definir a superfície de deslizamento  $S(t)$  conforme:

$$s(\mathbf{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} = 0 \quad (2.17)$$

A fim de demonstrar a robustez do controle por modos deslizante, tomemos o segundo caso do Exemplo 2.1, onde os parâmetros do modelo apresentavam uma variação de  $\pm 25\%$  sobre seus respectivos valores nominais, ou seja,  $M = 50\xi$  kg e  $C_D = 2\xi$ , sendo  $\xi = [1 + 0,1 \text{ sen}(|x|t)]$ . Com base nos limites superiores e inferiores de ambos os parâmetros,  $37,5 \text{ kg} \leq M \leq 62,5 \text{ kg}$  e  $1,5 \leq C_D \leq 2,5$ , os valores estimados, e utilizados no controlador, foram  $\hat{C}_D = 2$  e  $\hat{M} = \sqrt{M_{\max} M_{\min}} \approx 48,4$  kg. Deste modo, temos ainda  $|\hat{C}_D - C_D| \leq 0,5$  e  $\mathcal{G} = 1,3$ .

Assim, temos que a lei de controle controle:

$$\tau = \hat{C}_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| + \hat{M}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) - K \text{sgn}(s) \quad (2.18)$$

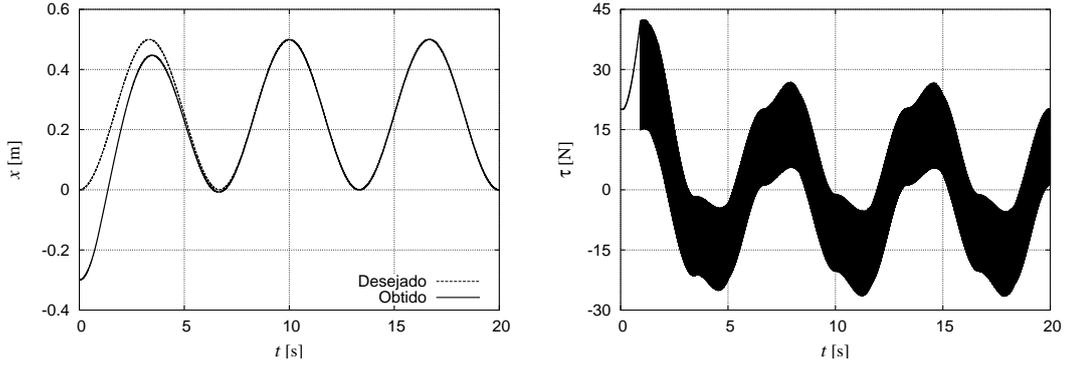
atende a condição de deslizamento, caso o valor de  $K$  seja definido conforme:

$$K \geq \hat{M} \mathcal{G} \eta + 0,25 \rho A \dot{x}^2 + \hat{M}(\mathcal{G} - 1) |\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}| \quad (2.19)$$

As equações do modelo dinâmico e do controlador foram implementadas em C, e com o programa resultante foram realizadas simulações a uma taxa de 1 kHz para o simulador e 500 Hz para o controlador. Na Figura 2.6 apresenta-se os resultados obtidos para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m, considerando  $\lambda = 0,6$ ,  $\eta = 0,1$ , e que o estado inicial do sistema era  $\mathbf{x} = [-0,3 \ 0,0]^T$ .

Como pode ser observado na Figura 2.6(a), apesar da incerteza em relação aos parâmetros do modelo, o controlador proposto garantiu o rastreamento perfeito da trajetória desejada. Porém, devido ao caráter descontínuo da lei de controle, nota-se claramente na Figura 2.6(b) uma grande atividade por parte do controlador, caracterizada na forma de oscilações excessivas da variável manipulada  $\tau$ .  $\square$

As oscilações de alta frequência na saída do controlador, fenômeno conhecido como *chattering*, devem ser evitadas na maioria das aplicações, tendo em vista que este



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $\tau$ .

Figura 2.6: Rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m por modos deslizantes usando uma função do tipo relé.

chaveamento excessivo pode levar a um comportamento indesejável do sistema controlado. Em sistemas mecânicos, por exemplo, o *chattering* costuma provocar vibrações estruturais no equipamento.

Ao longo dos dez últimos anos, diversas alternativas foram apresentadas com intuito de minimizar os efeitos indesejáveis do *chattering*. Dentre elas, pode-se destacar a incorporação de uma camada limite nas vizinhanças da superfície de deslizamento [21], e a utilização de modos deslizantes de ordem mais elevada (HOSM – *Higher Order Sliding Modes*) [22, 23].

Tomemos, por exemplo, a solução apresentada em [21], que consiste em uma *suavização* da lei de controle, através da adoção de uma camada limite ( $\Phi$ ) nas vizinhanças da superfície de deslizamento. Esta suavização pode ser obtida mediante a substituição da função descontínua do tipo relé,  $\text{sgn}(\cdot)$ , por uma função tangente hiperbólica,  $\tanh(\cdot)$ , ou por uma função de saturação,  $\text{sat}(\cdot)$ , definida conforme:

$$\text{sat}(z) = \begin{cases} \text{sgn}(z) & \text{se } |z| \geq 1 \\ z & \text{se } |z| < 1 \end{cases} \quad (2.20)$$

Na Figura 2.7, apresenta-se uma representação gráfica das funções freqüentemente utilizadas no desenvolvimento de sistemas de controle por modos deslizantes.

É importante apenas ressaltar que ao substituir a função descontínua do tipo relé por uma função contínua (seja ela tangente hiperbólica ou de saturação), consegue-se minimizar ou até, quando desejado, eliminar por completo o *chattering*, mas, em

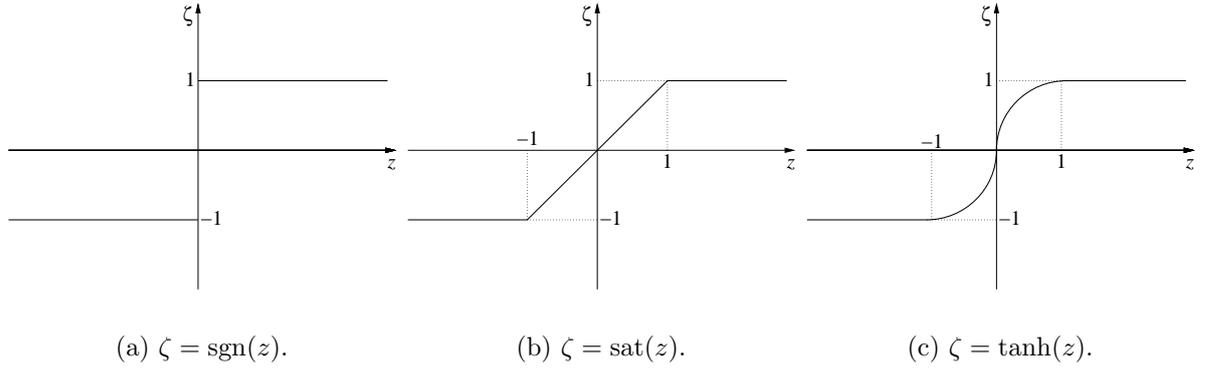


Figura 2.7: Funções freqüentemente utilizadas na estrutura do controlador.

contrapartida, transforma-se o problema de *rastreamento perfeito* em um problema de *rastreamento com precisão garantida*. Portanto, na determinação da espessura da camada limite, deve-se também levar em consideração a precisão desejada em cada aplicação.

A fim de demonstrar a eficácia da adoção de uma camada limite na eliminação do *chattering*, apresenta-se no exemplo a seguir a aplicação desta estratégia ao problema de posicionamento dinâmico de um veículo robótico submarino.

Uma aplicação da outra estratégia aqui citada ( HOSM – *Higher Order Sliding Modes*) à um problema semelhante, pode ser vista em [24].

**Exemplo 2.3** *Posicionamento dinâmico de um veículo robótico submarino por modos deslizantes com a incorporação de uma camada limite.*

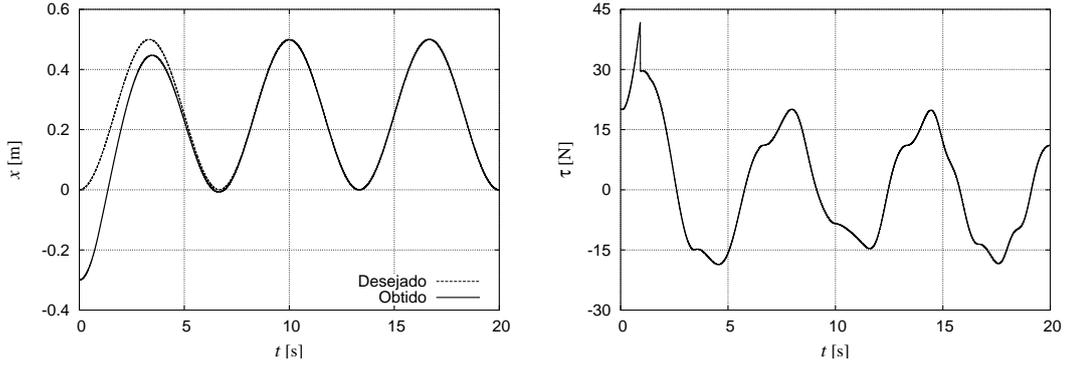
Para definir a camada limite, a função sinal da equação (2.18) será substituída por uma função de saturação. A lei de controle resultante é apresentada na equação (2.18).

$$\tau = \hat{C}_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| + \hat{M}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) - K_{\text{sat}} \left( \frac{s}{\phi} \right) \quad (2.21)$$

onde  $\phi$  representa a espessura da camada limite.

Na Figura 2.8 são apresentados os resultados obtidos em uma simulação computacional, para a qual foi escolhido  $\phi = 0,001$ . Os demais valores adotados são idênticos aos utilizados no exemplo anterior.

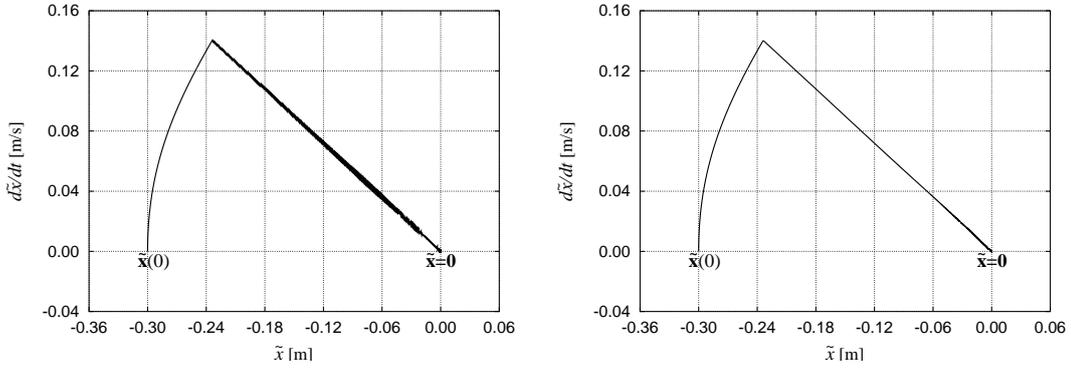
Como pode ser observado na Figura 2.8(b), a *suavização* da descontinuidade na lei de controle permitiu a completa eliminação do *chattering*, sem por outro lado, incorrer



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $\tau$ .

Figura 2.8: Rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m por modos deslizantes com função de saturação.



(a) Usando função do tipo relé.

(b) Usando função de saturação.

Figura 2.9: Comparação no espaço de fase do erro de rastreamento obtido por modos deslizantes com função do tipo relé e com função de saturação.

em uma perda de precisão significativa. Esta afirmação pode ser confirmada por uma análise da evolução do erro no espaço de fase, conforme apresentado na Figura 2.9.

Comparando as figuras 2.9(a) e 2.9(b), pode-se ainda verificar a influência do *chattering* sobre o comportamento dinâmico do veículo no modo deslizante.  $\square$

Os exemplos aqui apresentados, Exemplo 2.2 e Exemplo 2.3, comprovam a robustez proporcionada pela utilização de um controlador desenvolvido com base na teoria do controle por modos deslizantes, mesmo na presença de incertezas no modelo dinâmico utilizado. Entretanto, deve-se ressaltar que, caso a dimensão das incertezas seja muito

elevada, uma relação admissível entre precisão de rastreamento e *chattering* pode não vir a ser alcançada.

A seguir, discute-se ainda outra forma de abordar o controle de sistemas não-lineares incertos, o qual se caracteriza pela incorporação de estratégias adaptativas à estrutura do controlador.

## 2.3 Controle adaptativo

O desenvolvimento de estratégias adaptativas de controle teve início por volta de 1950, principalmente pela necessidade de se projetar sistemas de piloto automático para aviões de alta performance, cujos modelos matemáticos apresentavam grande variação paramétrica, devido às diferentes condições de voo enfrentadas por esta classe de aviões [18]. No entanto, foi apenas com o avanço das técnicas de controle não-linear, em meados da década de 80 do século XX, que a teoria do controle adaptativo iniciou sua fase de consolidação.

Uma característica comum a qualquer sistema de controle adaptativo é a capacidade de se auto-ajustar, com base na identificação de variações nos parâmetros do sistema controlado [25]. Deste modo, os parâmetros do controlador são estimados em tempo real a partir dos sinais medidos do sistema. Sua aplicação normalmente está direcionada a sistemas cuja dinâmica seja conhecida, mas com parâmetros desconhecidos constantes, ou cuja variação paramétrica em relação ao tempo seja lenta.

A análise da estabilidade e das propriedades de convergência, bem como o próprio projeto de um sistema de controle adaptativo, normalmente baseia-se na teoria da estabilidade de Liapunov<sup>4</sup>.

Em sua tese de doutorado, apresentada em 1892 à Universidade de Moscou, Liapunov apresentou dois métodos para o estudo da estabilidade de sistemas dinâmicos não-lineares. Um dos métodos propostos, o método da linearização, permite a investigação da estabilidade do sistema não-linear a partir do seu modelo linearizado. O segundo método, ou método direto de Liapunov, pode ser interpretado como a representação matemática do princípio físico, segundo o qual a energia total de um sistema

---

<sup>4</sup>Alexandr Michailovich Liapunov (1857–1918) – Matemático russo.

mecânico deve ser continuamente dissipada até ele atingir seu ponto de equilíbrio, e tem como principal característica o fato de não ser necessário o conhecimento da solução do sistema de equações diferenciais.

A análise da estabilidade pelo segundo método de Liapunov dá-se através da investigação das propriedades de uma função escalar  $V$ , que pode ser interpretada como uma função de “energia” do sistema. Como condição necessária à aplicabilidade do método, está a necessidade de  $V$  ser positiva definida e de que sua primeira derivada em relação ao tempo,  $\dot{V}$ , seja negativa definida.

**Definição 2.2** *Uma função escalar  $V$  é dita positiva definida em uma região  $\Omega$  (que inclui a origem do espaço de estados) se  $V(\mathbf{x}) > 0$  para todos os estados não nulos  $\mathbf{x}$  na região  $\Omega$  e  $V(\mathbf{0}) = 0$  [25].*

**Definição 2.3** *Uma função escalar  $V$  é dita negativa definida se  $-V$  for positiva definida [25].*

Acontece que em muitas situações só é possível a obtenção de uma função  $V$  positiva definida cuja derivada  $\dot{V}$  seja negativa semi-definida, ou seja,  $\dot{V}$  também pode ser nula fora da origem. Neste caso, sendo o sistema dinâmico em questão um sistema autônomo, a estabilidade pode ser avaliada com o auxílio dos teoremas dos conjuntos invariantes, propostos por LaSalle<sup>5</sup> em 1960 [26].

Entretanto, os teoremas de LaSalle são aplicáveis apenas a sistemas dinâmicos autônomos. Felizmente, para sistemas dinâmicos não-autônomos temos ainda o lema de Barbalat<sup>6</sup>, que pode ser utilizado para complementar a análise da estabilidade nos casos em que  $\dot{V}$  seja negativa semi-definida, impondo, no entanto, a condição de que ela seja uniformemente contínua no tempo.

**Definição 2.4** *Uma função  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  é dita uniformemente contínua quando, para cada  $\varepsilon > 0$ , existe  $\delta > 0$  tal que  $x, y \in \mathcal{X}$ ,  $|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$  [27].*

Destaca-se ainda que uma condição suficiente para que uma função diferenciável seja uniformemente contínua, é que sua derivada seja limitada [18].

---

<sup>5</sup>Joseph Pierre LaSalle (1916–1983) – Matemático americano

<sup>6</sup>Ioan Barbalat (1907– ) – Matemático romeno

**Lema 2.1 (Barbalat)** *Se uma função diferenciável  $f$  possui um limite finito à medida que  $t \rightarrow \infty$ , e se  $\dot{f}$  é uniformemente contínua, então  $\dot{f}(t) \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ .*

**Demonstração:** Esta prova por contradição baseia-se na apresentada por Slotine e Li em [18]. Suponha que  $\dot{f}(t)$  não tenda a zero à medida que  $t \rightarrow \infty$ . Então existe uma seqüência  $t_n$  em  $\mathbb{R}_+$  tal que  $t_n \rightarrow \infty$  para  $n \rightarrow \infty$  e  $|\dot{f}(t_n)| \geq \varepsilon$  para  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Sendo  $\dot{f}$  uniformemente contínua, então  $\exists \delta > 0$  tal que, para  $\forall n \in \mathbb{N}$  e para  $\forall t \in \mathbb{R}$ ,

$$|t_n - t| \leq \delta \Rightarrow |\dot{f}(t_n) - \dot{f}(t)| \leq \frac{\varepsilon}{2}$$

Então, para  $\forall t \in [t_n, t_n + \delta]$ , e para  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,

$$\dot{f}(t) = |\dot{f}(t_n) - [\dot{f}(t_n) - \dot{f}(t)]| \geq |\dot{f}(t_n)| - |\dot{f}(t_n) - \dot{f}(t)| \geq \varepsilon - \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{2}$$

Portanto,

$$\left| \int_0^{t_n+\delta} \dot{f}(t) dt - \int_0^{t_n} \dot{f}(t) dt \right| = \left| \int_{t_n}^{t_n+\delta} \dot{f}(t) dt \right| = \int_{t_n}^{t_n+\delta} |\dot{f}(t)| dt \geq \frac{\varepsilon \delta}{2} > 0 \quad (2.22)$$

Conforme enunciado, a integral imprópria

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{f}(\tau) d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} [f(t) - f(0)]$$

possui um limite finito, e deste modo o lado esquerdo da inequação (2.22) converge a zero, o que caracteriza uma contradição e completa a demonstração.  $\square$

O lema de Barbalat representa um importante resultado matemático, a partir do qual obtém-se conclusões significativas acerca da estabilidade de sistemas dinâmicos não-autônomos. Uma implicação deste lema, a qual pode ser convenientemente utilizada na análise da estabilidade de sistemas de controle adaptativo, é apresentada a seguir.

**Corolário 2.1.1** *Seja  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua positiva definida,  $x \in \mathcal{X}$  contínuo e limitado e  $\dot{x}$  limitado. Se  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(x(\tau)) d\tau < \infty$  então  $x(t) \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ .*

Para ilustrar o processo de desenvolvimento e análise de estabilidade, de um sistema de controle adaptativo, tomemos mais uma vez o problema de posicionamento dinâmico discutido em exemplos anteriores.

**Exemplo 2.4** *Posicionamento dinâmico de um veículo robótico submarino usando um controlador adaptativo.*

Suponha que a dinâmica do veículo robótico submarino seja conhecida, equação (2.5), mas seus parâmetros,  $M$  e  $C_D$ , embora constantes sejam desconhecidos.

Para representar o erro de rastreamento, propõem-se, inspirado pela estratégia de controle por modos deslizantes, a utilização de  $s$  como uma representação do erro combinado:

$$s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x}$$

e deste modo, apresenta-se como candidata à lei de controle:

$$\tau = \hat{C}_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| + \hat{M}(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) - \kappa s \quad (2.23)$$

onde  $\kappa$  é uma constante positiva, e  $\hat{M}$  e  $\hat{C}_D$  são, respectivamente, estimativas dos parâmetros  $M$  e  $C_D$ , e serão determinadas com o auxílio de um algoritmo adaptativo.

A estabilidade e as propriedades de convergência do sistema em malha fechada, serão então verificadas através da análise de uma função positiva definida, candidata a função de Liapunov:

$$V(t) = \frac{1}{2} M s^2 + \frac{1}{2\vartheta} \tilde{m}^2 + \frac{1}{2\vartheta} \tilde{c}^2 \quad (2.24)$$

onde  $\tilde{m} = \hat{M} - M$  e  $\tilde{c} = \hat{C}_D - C_D$  representam os erros associados à estimativa dos parâmetros do modelo.

Temos então que a primeira derivada de  $V$  em relação a  $t$  pode ser expressa por:

$$\dot{V}(t) = M s \dot{s} + \varphi^{-1} \tilde{m} \dot{\tilde{m}} + \vartheta^{-1} \tilde{c} \dot{\tilde{c}} \quad (2.25)$$

Verificando que  $\dot{\tilde{m}} = \dot{\hat{M}}$ ,  $\dot{\tilde{c}} = \dot{\hat{C}}_D$ , e que:

$$\dot{s} = \ddot{\tilde{x}} + \lambda \dot{\tilde{x}} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (2.26)$$

Assim, temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= M (\ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}}) s + \varphi^{-1} \tilde{m} \dot{\hat{M}} + \vartheta^{-1} \tilde{c} \dot{\hat{C}}_D \\ &= \left[ \tau - 0,5 C_D \rho A \dot{x} |\dot{x}| - M(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) \right] s + \varphi^{-1} \tilde{m} \dot{\hat{M}} + \vartheta^{-1} \tilde{c} \dot{\hat{C}}_D \\ &= \left[ 0,5 (\hat{C}_D - C_D) \rho A \dot{x} |\dot{x}| + (\hat{M} - M)(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) - \kappa s \right] s \\ &\quad + \varphi^{-1} \tilde{m} \dot{\hat{M}} + \vartheta^{-1} \tilde{c} \dot{\hat{C}}_D \\ &= -\kappa s^2 + 0,5 \tilde{c} \rho A \dot{x} |\dot{x}| s + \tilde{m} (\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) s + \varphi^{-1} \tilde{m} \dot{\hat{M}} + \vartheta^{-1} \tilde{c} \dot{\hat{C}}_D \\ &= -\kappa s^2 + \varphi^{-1} \tilde{m} \left[ \dot{\hat{M}} + \varphi s (\ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}) \right] + \vartheta^{-1} \tilde{c} \left[ \dot{\hat{C}}_D + 0,5 \vartheta s \rho A \dot{x} |\dot{x}| \right] \end{aligned}$$

e, deste modo, fazendo então:

$$\dot{\hat{M}} = -\varphi s(\ddot{x}_d - \lambda \dot{\hat{x}}) \quad (2.27)$$

$$\dot{\hat{C}}_D = -0,5 \vartheta s \rho A \dot{x} |\dot{x}| \quad (2.28)$$

temos finalmente:

$$\dot{V}(t) = -\kappa s^2 \quad (2.29)$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e que portanto  $s$ ,  $\tilde{m}$  e  $\tilde{c}$  são limitados. Considerando por hipótese que  $\ddot{x}_d$  seja limitado, temos pela equação (2.26) que  $\dot{s}$  também é limitado.

Pela equação (2.29), verifica-se que  $\dot{V}$  é negativa semi-definida, e que portanto não se pode usar o segundo método de Liapunov para inferir a convergência. Como o sistema em malha fechada é não-autônomo, o teorema de LaSalle também não pode ser empregado para esta finalidade. Porém, resta-nos ainda o lema de Barbalat como alternativa.

Deste modo, analisando a derivada de  $\dot{V}$ :

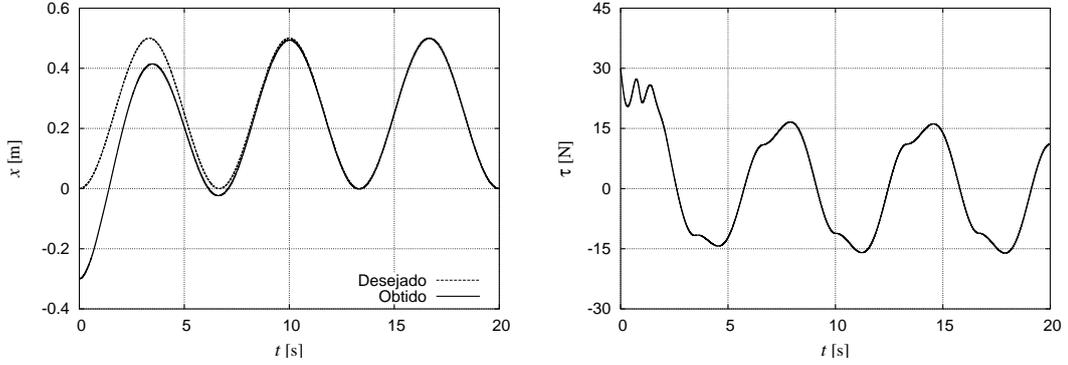
$$\ddot{V}(t) = -2\kappa s \dot{s} \quad (2.30)$$

pode-se verificar que  $\ddot{V}$  é limitada e, portanto, que  $\dot{V}$  é uniformemente contínua. Assim, pelo lema de Barbalat, temos que  $\dot{V} \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ . Deste modo, através da equação (2.29), pode-se inferir a convergência assintótica de  $s$  a zero, o que portanto, implica na estabilidade global do sistema em malha fechada. Note que apesar da convergência de  $s$ , a *estabilidade assintótica* do sistema não pode ser verificada, uma vez que só há garantia de  $\tilde{m}$  e  $\tilde{c}$  serem limitados.

As equações (2.27) e (2.28) serão, então, escolhidas como as leis de adaptação dos parâmetros, ou seja,  $\hat{M}$  e  $\hat{C}_D$  serão atualizados automaticamente segundo estas equações.

Após a demonstração de que a lei de controle proposta proporcionaria a estabilidade do sistema em malha fechada, foram realizadas algumas simulações computacionais para verificar a performance do controlador. Tanto o sistema composto pelas equações (2.5) e (2.23), quanto as leis de adaptação, equações (2.27) e (2.28), foram numericamente resolvidas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

Na Figura 2.10 apresenta-se os resultados obtidos para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m, considerando  $M = 50$  kg,  $C_D = 2$ ,  $\lambda = 0,4$ ,  $\kappa = 250$ ,  $\varphi = 8 \times 10^3$  e  $\vartheta = 50$ . Ambos os parâmetros a serem estimados foram inicializados com valor zero,  $\hat{M} = \hat{C}_D = 0$ .

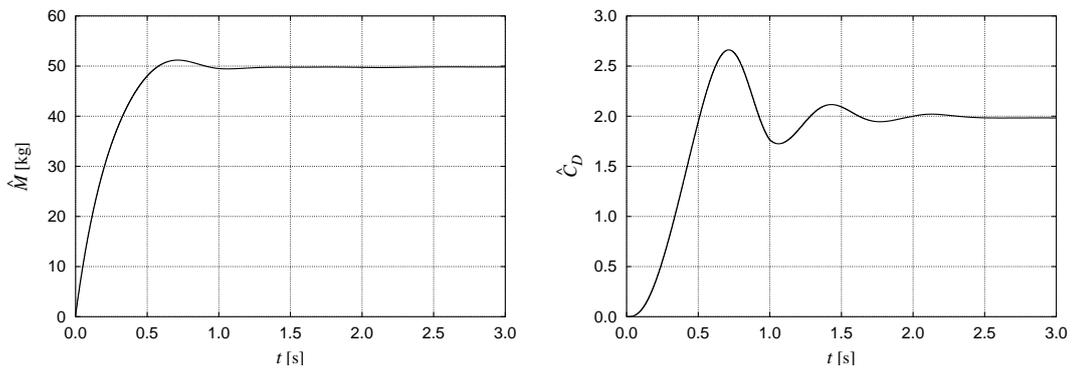


(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $\tau$ .

Figura 2.10: Rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m usando uma estratégia adaptativa de controle.

Pode-se observar na Figura 2.10(a) o bom desempenho propiciado pelo controlador proposto. Destaca-se que esta boa performance só foi possível graças à rápida convergência dos parâmetros estimados para o controlador, o que pode ser facilmente comprovado ao observar a Figura 2.11.



(a) Parâmetro  $\hat{M}$ .

(b) Parâmetro  $\hat{C}_D$ .

Figura 2.11: Convergência dos parâmetros estimados do controlador.

□

É importante ainda ressaltar que o desempenho da estratégia de controle adaptativo aqui apresentada mostrou-se demasiadamente suscetível à escolha dos ganhos de adaptação ( $\varphi$  e  $\vartheta$ ) e do ganho controlador ( $\kappa$ ). Outra desvantagem observada foi a ausência de uma metodologia analítica, semelhante à encontrada no controle por modos deslizantes, para a determinação do valor destes ganhos. Portanto, estas constatações tornam a adoção de estratégias puramente adaptativas menos atraentes, quando comparadas ao método de controle robusto aqui discutido.

Em contrapartida, conforme destacado anteriormente, no controle por modos deslizantes a obtenção de uma boa relação entre precisão de rastreamento e *chattering* está condicionada à amplitude das incertezas do sistema a ser controlado. Assim, no caso de sistemas com alto grau de incerteza, e onde a presença do *chattering* não é tolerada, a precisão de rastreamento alcançável pode não ser suficiente.

Deste modo, uma forma de contornar as limitações inerentes a ambos os métodos é a utilização de uma estratégia combinada de controle robusto/adaptativo. Seguindo esta abordagem, apresenta-se no capítulo a seguir uma nova metodologia de controle dual robusto/adaptativo, neste caso aplicado a sistemas não-lineares incertos e que possuam não-linearidade do tipo zona-morta em sua entrada. Conforme será visto, a estratégia proposta consiste no desenvolvimento de um controlador por modos deslizante, ao qual incorpora-se um algoritmo adaptativo baseado na lógica nebulosa, com o intuito de compensar a perda de desempenho normalmente causada pela zona-morta.

# Capítulo 3

## Controle de Sistemas Não-Lineares com Zona-Morta

A não-linearidade de zona-morta é um fenômeno comumente encontrado em diversos sistemas de controle, especialmente naqueles que envolvem atuadores do tipo servo-válvulas hidráulicas ou servo-motores DC. Sua presença normalmente causa degradação da performance do controlador, podendo inclusive levar ao aparecimento de ciclos-limites no sistema em malha-fechada. Diversas estratégias vêm sendo ultimamente empregadas com o objetivo de compensar a perda de desempenho causada por este tipo de limitação dos atuadores.

Na maioria dos artigos encontrados na literatura a abordagem adotada consiste na obtenção de uma função inversa da zona-morta. Infelizmente, poucos trabalhos apresentam análises criteriosas de convergência e de estabilidade do sistema de controle resultante, optando-se freqüentemente por soluções *ad-hoc*, baseadas em resultados oriundos apenas de simulações numéricas.

Utilizando a metodologia do controle adaptativo por modelo de referência, foi apresentado em [28] um algoritmo que determina automaticamente a função inversa para sistemas lineares. Em [29], os autores propuseram um controlador nebuloso do tipo proporcional-derivativo com compensação, também nebulosa, da zona-morta. A lógica nebulosa foi empregada também em [30] para a compensação da zona-morta em um controlador proporcional-derivativo. Uma estratégia semelhante foi adotada em [31], porém o compensador nebuloso foi substituído por duas redes neurais, uma para iden-

tificação e outra para a compensação propriamente dita. Em [32], com base na teoria de controle por modos deslizantes, os autores propuseram um controlador robusto, mas que necessita de um conhecimento prévio dos parâmetros da zona-morta. Utilizando duas redes neurais, uma para identificação e outra para compensação, foi apresentado em [33] um sistema de controle para sistemas lineares precedidos por uma zona-morta. Explorando a representação originalmente adotada em [30], foi proposto em [34] um algoritmo adaptativo para o controle de sistemas não-lineares com zona-morta desconhecida.

No entanto, em grande parte das aplicações encontradas no setor industrial os parâmetros da zona-morta não são conhecidos e/ou variam no tempo, o que dificulta a construção de uma função inversa da zona-morta. É comum nestas situações os sistemas dinâmicos envolvidos, além de não-lineares, apresentarem também incertezas, tanto estruturadas (paramétricas) quanto não-estruturadas (dinâmica não modelada), o que motiva a adoção de uma estratégia de controle robusto.

Tendo em vista as características do problema em questão, propõem-se neste capítulo um novo algoritmo a estrutura variável para sistemas não-autônomos, incertos e com zona-morta desconhecida. A abordagem adotada consiste no desenvolvimento de um controlador por modos deslizantes, ao qual incorpora-se uma estratégia de compensação adaptativa baseada na lógica nebulosa, de modo a minimizar a perda de performance causada pela zona-morta. Tanto a estabilidade do sistema quanto suas propriedades de convergência serão rigorosamente demonstradas com base na teoria da estabilidade de Liapunov e com o auxílio do lema de Barbalat.

### 3.1 Formulação do problema

Considere o sistema dinâmico não-linear e não-autônomo apresentado a seguir:

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(\mathbf{x}, t) + g(\mathbf{x}, t)w(t) \\ y = x \end{cases} \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$  é o vetor com as variáveis de estado e  $x^{(n)}$  é a  $n$ -ésima derivada da variável  $x$ . As funções  $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são não-lineares e variantes no tempo, e a variável  $w(t)$  representa a saída de uma função do tipo zona-morta, conforme ilustrado na Figura 3.1.

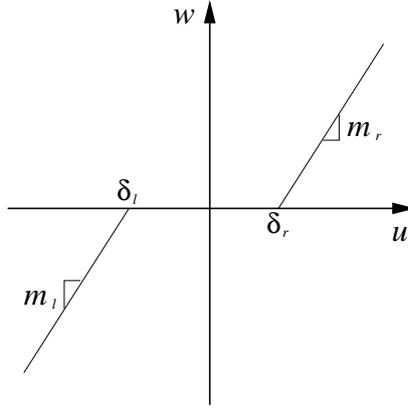


Figura 3.1: Não-linearidade do tipo zona-morta.

A zona-morta apresentada na Figura 3.1 pode ser matematicamente descrita por:

$$w(t) = \begin{cases} m_l (u(t) - \delta_l) & \text{se } u(t) \leq \delta_l \\ 0 & \text{se } \delta_l < u(t) < \delta_r \\ m_r (u(t) - \delta_r) & \text{se } u(t) \geq \delta_r \end{cases} \quad (3.2)$$

onde  $u(t)$  é a entrada da zona-morta e representa também a variável manipulada do controlador.

Conforme discutido em [28] e [34], as hipóteses a seguir são fisicamente justificáveis, e serão adotadas para o modelo de zona-morta adotado neste trabalho:

**Hipótese 3.1** *A saída da zona-morta não está disponível para ser medida.*

**Hipótese 3.2** *Os coeficientes angulares em ambos os lados da zona-morta são iguais, i.e.,  $m_l = m_r = m$ .*

**Hipótese 3.3** *Os parâmetros da zona-morta  $\delta_l$ ,  $\delta_r$  e  $m$ , embora desconhecidos e variantes no tempo, são limitados e com sinais conhecidos:  $\delta_l < 0$ ,  $\delta_r > 0$  e  $m > 0$ .*

A Hipótese 3.1 é uma limitação freqüentemente observada em sistemas reais. Caso a saída  $w(t)$  pudesse ser medida, a tarefa de construção da função inversa seria incrivelmente facilitada. As Hipóteses 3.2 e 3.3 são simplificações fisicamente aceitáveis, tendo em vista que estão de acordo com a maioria dos atuadores encontradas em aplicações industriais.

Deste modo, podemos reescrever a equação (3.2) na forma:

$$w(t) = mu(t) - md(u(t)) \quad (3.3)$$

onde  $d(u(t))$  pode ser obtida se compararmos as equações (3.2) e (3.3):

$$d(u(t)) = \begin{cases} \delta_l & \text{se } u(t) \leq \delta_l \\ u(t) & \text{se } \delta_l < u(t) < \delta_r \\ \delta_r & \text{se } u(t) \geq \delta_r \end{cases} \quad (3.4)$$

**Observação 3.1** *Considerando as Hipóteses 3.2 e 3.3 e a equação (3.4), pode-se verificar que  $d(u(t))$  é limitada:*

$$|d(u(t))| \leq \delta$$

onde  $\delta = \max\{-\delta_{l \max}, \delta_{r \min}\}$ .

Com relação ao sistema dinâmico apresentado na equação (3.1), podemos ainda estabelecer as seguintes hipóteses:

**Hipótese 3.4** *O vetor de estados  $\mathbf{x}$  está disponível para ser medido.*

**Hipótese 3.5** *A função  $f$  é desconhecida, porém limitada por uma função conhecida de  $\mathbf{x}$  e  $t$ , ou seja,*

$$\left| \hat{f}(\mathbf{x}, t) - f(\mathbf{x}, t) \right| \leq F(\mathbf{x}, t)$$

onde  $\hat{f}(\mathbf{x}, t)$  é o valor estimado de  $f(\mathbf{x}, t)$ .

**Hipótese 3.6** *O ganho  $g$  é desconhecido, porém limitado e positivo, ou seja,  $0 < g_{\min} \leq g(\mathbf{x}, t) \leq g_{\max}$ .*

A tarefa de controlar o sistema dinâmico incerto e com zona-morta desconhecida, discutido nesta seção, poderia ser resolvida através da metodologia clássica de controle por modos deslizantes. No entanto, esta abordagem demandaria um esforço desnecessário por parte do controlador, e levaria também a um *chattering* excessivo. Uma alternativa para contornar esta situação indesejável seria a utilização de um algoritmo adaptativo para compensar os efeitos da zona-morta. Deste modo, apresenta-se na próxima seção um controlador por modos deslizantes, ao qual foi incorporado um algoritmo adaptativo baseado na lógica nebulosa.

## 3.2 Controle robusto adaptativo

Seja então  $\tilde{x} = x - x_d$  o erro de rastreamento associado a trajetória pré-estabelecida  $x_d$ , e

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]^T$$

o vetor contendo os erros de rastreamento associados a cada uma das variáveis de estado.

Considere novamente uma superfície de deslizamento  $S(t)$  definida no espaço de estado  $\mathbb{R}^n$  pela equação escalar  $s(\mathbf{x}, t) = 0$ , onde

$$s(\mathbf{x}, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (3.5)$$

ou de maneira equivalente

$$s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.6)$$

onde  $\mathbf{\Lambda} = [\lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda, c_1]^T$  e  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) são coeficientes que fazem do polinômio  $\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \dots + c_2\lambda + c_1$  um polinômio de Hurwitz.

Assim, temos para  $\dot{s}$

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{\Lambda}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{x}^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{\Lambda}_u = [0, \lambda^{n-1}, c_{n-1}\lambda^{n-2}, \dots, c_2\lambda]^T$ .

Deste modo, seguindo a metodologia apresentada no Capítulo 2, para o projeto de controladores por modos deslizantes, considere a princípio  $f(\mathbf{x}, t)$  e  $g(\mathbf{x}, t)$  perfeitamente conhecidas, e a não existência da não-linearidade de zona-morta, a lei de controle

$$u = g^{-1} \left( -f + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \quad (3.8)$$

seria suficiente para permitir que a dinâmica desejada,  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$ , se estabelecesse.

Porém, dada a existência de uma não-linearidade do tipo zona-morta na entrada da planta, e o fato de que possuímos apenas uma estimativa dos seus parâmetros, bem como de  $f(\mathbf{x}, t)$  e  $g(\mathbf{x}, t)$ , a lei de controle deveria ser substituída por:

$$u = \widehat{g}m^{-1} \left( -\widehat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) - K \operatorname{sgn}(s) \quad (3.9)$$

onde  $\hat{f}$  e  $\widehat{gm}$  são, respectivamente, estimativas de  $f$  e do produto  $gm$ , e o ganho  $K$  deve ser positivo.

O termo  $-K\text{sgn}(s)$  foi adicionado à lei de controle para conferir a robustez necessária frente às incertezas, estruturadas e não-estruturadas, do sistema dinâmico apresentado na equação (3.1).

Definindo-se o ganho  $K$  adequadamente, a equação (3.9) garante que a condição de deslizamento seja atendida. Porém, conforme mencionado anteriormente, esta lei de controle demandaria uma atividade muito grande do controlador, levando inclusive ao aparecimento de oscilações de alta frequência da variável manipulada (*chattering*).

Para minimizar o *gasto* de energia por parte do sistema de controle e os efeitos deste chaveamento excessivo, neste trabalho propõem-se a adição de um algoritmo adaptativo à estrutura do controlador para estimar o valor de  $d(u)$ , a fim de que a zona-morta seja previamente compensada, e a substituição da função relé  $\text{sgn}(\cdot)$  por uma função de saturação  $\text{sat}(\cdot)$ .

Considere, a princípio, apenas a incorporação da estimativa de  $d(u)$ . Deste modo, a lei de controle resultante pode ser estabelecida conforme a equação que se segue:

$$u = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + \hat{d}(\hat{u}) - K\text{sgn}(s) \quad (3.10)$$

onde  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right)$  e  $\hat{d}(\hat{u})$  é uma estimativa para  $d(u)$ , definida em função de  $\hat{u}$ .

Antes de prosseguir com a apresentação do controlador, é interessante demonstrar que o ganho  $K$  pode ser projetado de modo a conferir a robustez desejada e garantir a convergência exponencial do erro a zero. Assim, considere a seguinte hipótese:

**Hipótese 3.7** *A trajetória desejada  $\mathbf{x}_d$  é contínua, disponível e limitada.*

Deste modo, o Teorema 3.1 garante, ao sistema em malha-fechada formado pelas equações (3.1), (3.3), (3.4) e (3.10), a convergência dos estados à superfície de deslizamento em um intervalo de tempo finito e o rastreamento da trajetória estipulada.

**Teorema 3.1** *Seja o sistema dinâmico não-linear e incerto, equação (3.1), e que contenha ainda uma não-linearidade do tipo zona-morta em sua entrada, equações (3.3)–(3.4). Então, sendo o ganho  $K$  definido conforme:*

$$K \geq \eta + \delta + |\hat{d}(\hat{u})| + \widehat{gm}^{-1} \mathbf{B} F + (\mathbf{B} - 1)|\hat{u}|$$

onde  $\mathcal{B} = \sqrt{(gm)_{\max}/(gm)_{\min}}$ , a lei de controle proposta na equação (3.10) garante a convergência dos estados à superfície de deslizamento  $S(t)$  em um intervalo de tempo finito,  $0 \leq t \leq t_{\text{des}}$ , e a convergência exponencial do erro de rastreamento a zero.

**Demonstração:** Seja a função positiva definida, candidata a função de Liapunov,

$$V(t) = \frac{1}{2}s^2 \quad (3.11)$$

Deste modo, a primeira derivada de  $V$  em relação a  $t$  é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s\dot{s} \\ &= (\tilde{x}^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}})s \\ &= (x^{(n)} - x_d^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}})s \\ &= \left( f + gm u - gm d(u) - x_d^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) s \end{aligned}$$

Substituindo a lei de controle, equação (3.10), na expressão obtida para  $\dot{V}(t)$ , temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \left[ f + gm \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + gm \hat{d}(\hat{u}) - gm K \text{sgn}(s) \right. \\ &\quad \left. - gm d(u) - \left( x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \right] s \end{aligned}$$

Fazendo  $f = \hat{f} - (\hat{f} - f)$ , temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - \left[ (\hat{f} - f) + \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) - gm \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \right. \\ &\quad \left. - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm d(u) + gm K \text{sgn}(s) \right] s \end{aligned}$$

e lembrando que  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right)$ ,

$$\dot{V}(t) = - \left[ (\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm d(u) + gm K \text{sgn}(s) \right] s$$

Assim, considerando as Hipóteses 3.3 e 3.6, pode-se assumir que  $\widehat{gm}$  seja estimado por uma média geométrica,  $\widehat{gm} = \sqrt{(gm)_{\max}(gm)_{\min}}$ , onde  $(gm)_{\max} = g_{\max}m_{\max}$  e  $(gm)_{\min} = g_{\min}m_{\min}$ .

Deste modo, considerando agora a Observação 3.1, as Hipóteses 3.2 e 3.5, e o fato de que os limites de  $gm$  podem ser escritos na forma:

$$\mathcal{B}^{-1} \leq \frac{\widehat{gm}}{gm} \leq \mathcal{B} \quad (3.12)$$

onde  $\mathcal{B} = \sqrt{(gm)_{\max}/(gm)_{\min}}$ , o valor de  $K$  pode ser definido de modo que:

$$K \geq \eta + \delta + |\hat{d}(\hat{u})| + \widehat{gm}^{-1} \mathcal{B} F + (\mathcal{B} - 1)|\hat{u}| \quad (3.13)$$

onde  $\eta$  é uma constante positiva que está relacionada ao tempo necessário para se alcançar a superfície de deslizamento, conforme veremos adiante.

Sendo  $K$  definido conforme (3.13), pode-se verificar facilmente que:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta|s| \quad (3.14)$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e portanto, que  $s$  é limitado. Considerando a Hipótese 3.7 e as equações (3.6) e (3.7), temos que  $\dot{s}$  também é limitado.

Assim, para mostrar que a convergência à superfície de deslizamento se dá em um intervalo de tempo finito, considere então a primeira derivada da função de Liapunov  $V$  em relação a  $t$  e a inequação (3.14):

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \leq -\eta|s|$$

Deste modo, dividindo ambos os lados da inequação por  $|s|$ , e integrando-os no intervalo  $0 \leq t \leq t_{\text{des}}$ , temos:

$$\int_0^{t_{\text{des}}} \frac{s}{|s|} \dot{s} dt \leq - \int_0^{t_{\text{des}}} \eta dt \quad (3.15)$$

$$|s(t = t_{\text{des}})| - |s(t = 0)| \leq -\eta t_{\text{des}} \quad (3.16)$$

Enfim, lembrando que ao alcançar a camada limite temos  $s(t_{\text{des}}) = 0$ , pode-se determinar o tempo necessário para que  $S(t)$  seja alcançada:

$$t_{\text{des}} \leq \frac{|s(t = 0)|}{\eta} \quad (3.17)$$

Portanto, ao forçar o sistema a *deslizar* sobre  $S(t)$ , garante-se que a condição  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  seja satisfeita, o que, pela equação (3.6), implica na convergência exponencial do erro de rastreamento a zero, completando assim a demonstração.  $\square$

Em complementação ao Teorema 3.1, destaca-se que caso seja atribuído zero ao valor estimado para  $d(u)$ , ou seja, fazendo  $\hat{d}(\hat{u}) = 0$ , o controlador proposto transforma-se automaticamente em um controlador por modos deslizantes tradicional, e pela definição do ganho  $K$ , sem que haja o comprometimento de suas propriedades de convergência.

Porém, conforme mencionado anteriormente, para compensar a perda de desempenho causada pela zona-morta e, por conseguinte, reduzir o consumo desnecessário do controlador, o valor de  $\hat{d}(\hat{u})$  será estimado em tempo real por um algoritmo adaptativo.

Tendo em vista que  $d(u)$  não se resume a um simples parâmetro, a utilização da metodologia apresentada no Capítulo 2 não se mostraria adequada neste caso. Uma alternativa mais atraente seria a adoção de um algoritmo adaptativo baseado na lógica nebulosa (*fuzzy logic*) para determinar o valor de  $\hat{d}(\hat{u})$ .

As bases da lógica nebulosa foram estabelecidas por Zadeh<sup>1</sup> em 1965, através da introdução do conceito de conjuntos nebulosos. Segundo Zadeh, um conjunto nebuloso  $A$  em um universo de discurso  $X$  pode ser definido por um conjunto de pares ordenados:

$$A = \left\{ \left( x, \mu_A(x) \right) \mid x \in X \right\}$$

onde  $\mu_A(x)$  é a função de pertinência do conjunto nebuloso  $A$ , e que é responsável por relacionar cada elemento  $x \in X$  a um valor no intervalo  $0 \leq \mu_A \leq 1$  [35]. Dentre as funções de pertinência mais comuns, podemos citar a triangular, a trapezoidal e a gaussiana<sup>2</sup>, definidas a seguir, respectivamente, por  $\mu_{\text{tri}}$ ,  $\mu_{\text{trap}}$  e  $\mu_{\text{gauss}}$ :

$$\mu_{\text{tri}} = \max \left\{ \min \left( \frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right\} \quad (3.18)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$ , sendo  $a < b < c$ , representam as abscissas dos três vértices do triângulo resultante,

$$\mu_{\text{trap}} = \max \left\{ \min \left( \frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right\} \quad (3.19)$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , sendo  $a < b < c < d$ , representam as abscissas dos quatro vértices do trapézio resultante,

$$\mu_{\text{gauss}} = e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-c}{\sigma} \right)^2} \quad (3.20)$$

onde  $c$  é a abscissa do ponto central e  $\sigma$  determina a largura da função de pertinência.

A representação do universo de discurso através de conjuntos nebulosos permite que um certo domínio seja convenientemente classificado, de modo a facilitar a obtenção posterior de informações a partir de um sistema de inferência.

---

<sup>1</sup>Lotfi Asker Zadeh (1921– ) – Engenheiro elétrico azeri

<sup>2</sup>Johann Carl Friedrich Gauß (1777–1855) – Matemático alemão

A estrutura básica de um sistema de inferência nebuloso consiste em transformar as variáveis de estado em variáveis lingüísticas, para então a partir de uma base de conhecimento, armazenada sob a forma de regras, determinar uma saída numérica.

Devido a sua simplicidade e sua já comprovada eficiência computacional [35], o sistema de inferência adotado neste trabalho para estimar o valor de  $d(u)$  foi o TSK (Takagi–Sugeno–Kang) de ordem zero. Este sistema é equivalente às redes neurais do tipo RBF (*Radial Basis Function*) [36] e suas regras podem ser escritas na forma:

$$\text{Se } \hat{u} \text{ é } \hat{U}_r \text{ então } \hat{d}_r = \hat{D}_r ; r = 1, 2, \dots, N$$

onde  $\hat{U}_r$  são conjuntos nebulosos, cujas funções de pertinência podem ser escolhidas apropriadamente, e  $\hat{D}_r$  são os valores de saída relativos à cada uma das  $N$  regras.

Tendo em vista que cada regra determina um valor numérico como resposta, a saída final  $\hat{d}(\hat{u})$  do sistema inferência pode ser calculada através de uma média ponderada:

$$\hat{d}(\hat{u}) = \frac{\sum_{r=1}^N \varpi_r \cdot \hat{d}_r}{\sum_{r=1}^N \varpi_r} \quad (3.21)$$

ou, similarmente,

$$\hat{d}(\hat{u}) = \hat{\mathbf{D}}^T \mathbf{\Psi}(\hat{u}) \quad (3.22)$$

onde,  $\hat{\mathbf{D}} = [\hat{D}_1, \hat{D}_2, \dots, \hat{D}_N]^T$  é o vetor contendo os valores atribuídos a  $\hat{D}_r$  para cada regra  $r$ , e  $\mathbf{\Psi}(\hat{u}) = [\psi_1(\hat{u}), \psi_2(\hat{u}), \dots, \psi_N(\hat{u})]^T$  é o vetor de componentes  $\psi_r(\hat{u}) = \varpi_r / \sum_{r=1}^N \varpi_r$ , sendo  $\varpi_r$  o valor de ativação da premissa de cada regra. Especialmente neste caso, como há apenas uma condição na premissa, o valor de ativação  $\varpi_r$  recebe o valor da função de pertinência associado a cada um dos conjuntos nebulosos  $\hat{U}_r$ .

Deste modo, a fim de garantir uma boa aproximação para  $d(u)$ , o vetor de parâmetros ajustáveis  $\hat{\mathbf{D}}$  será atualizado automaticamente pela lei de adaptação:

$$\dot{\hat{\mathbf{D}}} = -\varphi s \mathbf{\Psi}(\hat{u}) \quad (3.23)$$

onde  $\varphi$  é uma constante positiva relacionada a taxa de adaptação.

A fim de permitir uma melhor compreensão da estrutura do controlador proposto, seu diagrama de blocos é apresentado na Figura 3.2.

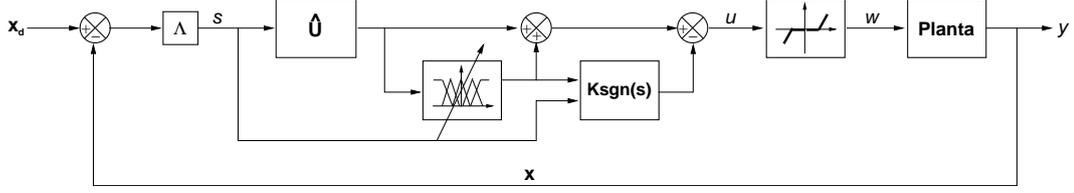


Figura 3.2: Diagrama de blocos do controlador proposto.

Deve-se ainda ressaltar que, além de permitir uma boa aproximação para  $d(u)$ , a lei de adaptação escolhida deve, em conjunto com o controlador proposto, preservar a convergência dos estados à superfície de deslizamento e deste modo garantir o rastreamento da trajetória estipulada.

**Teorema 3.2** *Seja o sistema dinâmico não-linear, incerto, com zona-morta desconhecida, formado pelas equações (3.1), (3.3) e (3.4), e submetido à lei de controle proposta na equação (3.10), sendo o ganho  $K$  definido conforme (3.13). Então, a lei de adaptação, apresentada na equação (3.23), preserva a convergência dos estados à superfície de deslizamento, garantindo assim o rastreamento da trajetória desejada.*

**Demonstração:** Considere agora uma nova função positiva definida, candidata a função de Liapunov,

$$V(t) = \frac{1}{2}s^2 + \frac{gm}{2\varphi}\Delta^T \Delta \quad (3.24)$$

onde  $\Delta = \hat{\mathbf{D}} - \hat{\mathbf{D}}^*$  representa o erro entre o vetor  $\hat{\mathbf{D}}$ , de parâmetros atuais, e o vetor  $\hat{\mathbf{D}}^*$ , o qual proporciona a estimativa ótima  $\hat{d}^*(\hat{u})$ .

Assim, temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s\dot{s} + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \\ &= (\tilde{x}^{(n)} + \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}})s + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \\ &= (x^{(n)} - x_d^{(n)} + \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}})s + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \\ &= \left( f + gm u - gm d(u) - x_d^{(n)} + \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) s + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \\ &= \left[ f + gm \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + gm \hat{d}(\hat{u}) - gm K \text{sgn}(s) \right. \\ &\quad \left. - gm d(u) - \left( x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \right] s + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \end{aligned}$$

Fazendo  $f = \hat{f} - (\hat{f} - f)$  e lembrando que  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \Lambda_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right)$ , temos:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - \left[ (\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm d(u) + gm K \text{sgn}(s) \right] s \\ &\quad + gm\varphi^{-1}\Delta^T \dot{\Delta} \end{aligned}$$

Verificando que  $\dot{\mathbf{\Delta}} = \dot{\hat{\mathbf{D}}}$  e chamando de  $\varepsilon$  o erro de aproximação entre  $\hat{d}^*(\hat{u})$  e  $d(u)$ , ou seja,  $\varepsilon = \hat{d}^*(\hat{u}) - d(u)$ , temos:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= -\left[(\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm \hat{d}^*(\hat{u}) - gm \varepsilon \right. \\
&\quad \left. + gm K \operatorname{sgn}(s)\right] s + gm \varphi^{-1} \mathbf{\Delta}^T \dot{\hat{\mathbf{D}}} \\
&= -\left[(\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \varepsilon + gm K \operatorname{sgn}(s)\right] s \\
&\quad + gm s \left(\hat{d}(\hat{u}) - \hat{d}^*(\hat{u})\right) + gm \varphi^{-1} \mathbf{\Delta}^T \dot{\hat{\mathbf{D}}} \\
&= -\left[(\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \varepsilon + gm K \operatorname{sgn}(s)\right] s \\
&\quad + gm s (\hat{\mathbf{D}} - \hat{\mathbf{D}}^*)^T \mathbf{\Psi}(\hat{u}) + gm \varphi^{-1} \mathbf{\Delta}^T \dot{\hat{\mathbf{D}}} \\
&= -\left[(\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \varepsilon + gm K \operatorname{sgn}(s)\right] s \\
&\quad + gm \varphi^{-1} \mathbf{\Delta}^T \left(\dot{\hat{\mathbf{D}}} + \varphi s \mathbf{\Psi}(\hat{u})\right)
\end{aligned}$$

Aplicando a lei de adaptação proposta, equação (3.23), temos:

$$\dot{V}(t) = -\left[(\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \varepsilon + gm K \operatorname{sgn}(s)\right] s$$

Portanto, considerando a Observação 3.1, as Hipóteses 3.2, 3.3, 3.5 e 3.6, e sendo  $K$  definido conforme (3.13), temos:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta |s| \tag{3.25}$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e portanto, que  $s$  e  $\mathbf{\Delta}$  são limitados. Considerando a Hipótese 3.7 e as equações (3.6) e (3.7), temos que  $\dot{s}$  também é limitado.

Deste modo, integrando ambos os lados da inequação (3.25), temos:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \eta |s| d\tau \leq \lim_{t \rightarrow \infty} [V(0) - V(t)] \leq V(0) < \infty$$

Assim, pelo lema de Barbalat temos que  $s \rightarrow 0$  para  $t \rightarrow \infty$ , o que assegura a convergência dos estados à superfície de deslizamento e garante o rastreamento da trajetória desejada, completando a demonstração.  $\square$

Conforme discutido no Capítulo 2, a presença na lei de controle de uma descontinuidade em  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  provoca oscilações excessivas da variável manipulada (*chattering*). Em alguns casos, como por exemplo no controle de motores DC, a presença do *chattering* é aceita. No entanto, em boa parte das aplicações este chaveamento de alta frequência deve ser evitado.

Deste modo, em situações onde o *chattering* não é tolerado, sugere-se a *suavização* da lei de controle, através da substituição da função descontínua do tipo relé,  $\text{sgn}(\cdot)$ , por uma função de saturação,  $\text{sat}(\cdot)$ .

Assim, a lei de controle resultante pode ser estabelecida conforme a equação que se segue:

$$u = \widehat{g}m^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + \hat{d}(\hat{u}) - K \text{sat} \left( \frac{s}{\phi} \right) \quad (3.26)$$

onde  $\phi$  representa a espessura da camada limite.

Esta *suavização* da lei de controle implica na formação de uma camada limite ( $\Phi$ ) nas vizinhanças da superfície de deslizamento  $S(t)$ :

$$\Phi = \left\{ \mathbf{x} \mid s(\mathbf{x}, t) \leq \phi \right\} \quad \phi > 0 \quad (3.27)$$

Pela definição da função de saturação:

$$\text{sat} \left( \frac{s}{\phi} \right) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & \text{se } s/\phi \geq 1 \\ s/\phi & \text{se } s/\phi < 1 \end{cases}$$

verifica-se que fora da camada limite a lei de controle apresentada na equação (3.26) se comporta de maneira idêntica à sua correspondente descontínua, equação (3.10), o que na prática já demonstraria a atratividade da camada limite. Esta afirmação pode ser matematicamente confirmada pelo Teorema 3.3.

**Teorema 3.3** *Seja o sistema dinâmico não-linear, incerto, com zona-morta desconhecida, formado pelas equações (3.1), (3.3) e (3.4), e o ganho  $K$  definido conforme (3.13). Então, a lei de controle apresentada na equação (3.26) garante a convergência dos estados à camada limite em um intervalo de tempo finito,  $0 \leq t \leq t_{\text{cam}}$ .*

**Demonstração:** Seja a função positiva definida, candidata a função de Liapunov,

$$V(t) = \frac{1}{2} s_\phi^2 \quad (3.28)$$

onde  $s_\phi$  representa uma medida da distância do estado atual até a camada limite ( $\Phi$ ), e será definida conforme:

$$s_\phi = s - \phi \text{sat} \left( \frac{s}{\phi} \right) \quad (3.29)$$

Observando que  $s_\phi = 0$  dentro da camada limite e que  $\dot{s}_\phi = \dot{s}$ , temos  $\dot{V}(t) = 0$  no interior de  $\Phi$ , e do lado de fora:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= s_\phi \dot{s}_\phi = \dot{s} s_\phi \\ &= (\tilde{x}^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) s_\phi \\ &= (x^{(n)} - x_d^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}}) s_\phi \\ &= \left( f + gm u - gm d(u) - x_d^{(n)} + \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) s_\phi\end{aligned}$$

Fora da camada limite a lei de controle assume a forma:

$$u = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + \hat{d}(\hat{u}) - K \operatorname{sgn}(s)$$

pois nesta situação temos  $s/\phi \geq 1$  e portanto, de acordo com a definição da função de saturação,  $\operatorname{sat}(s/\phi) = \operatorname{sgn}(s)$ .

Deste modo:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \left[ f + gm \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) + gm \hat{d}(\hat{u}) - gm K \operatorname{sgn}(s) \right. \\ &\quad \left. - gm d(u) - \left( x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \right] s_\phi\end{aligned}$$

Fazendo então  $f = \hat{f} - (\hat{f} - f)$ , temos:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= - \left[ (\hat{f} - f) + \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) - gm \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right) \right. \\ &\quad \left. - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm d(u) + gm K \operatorname{sgn}(s) \right] s_\phi\end{aligned}$$

e lembrando que  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1} \left( -\hat{f} + x_d^{(n)} - \mathbf{\Lambda}_u^T \tilde{\mathbf{x}} \right)$ ,

$$\dot{V}(t) = - \left[ (\hat{f} - f) + \widehat{gm} \hat{u} - gm \hat{u} - gm \hat{d}(\hat{u}) + gm d(u) + gm K \operatorname{sgn}(s) \right] s_\phi$$

Portanto, considerando a Observação 3.1, as Hipóteses 3.2, 3.3, 3.5 e 3.6, e sendo  $K$  definido conforme (3.13), verifica-se facilmente que:

$$\dot{V}(t) \leq -\eta |s_\phi| \tag{3.30}$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e portanto, que  $s_\phi$  é limitado. Pela definição de  $s_\phi$ , equação (3.29), pode-se concluir que  $s$  também é limitado. Deste modo, pela Hipótese 3.7 e pelas equações (3.6) e (3.7), temos que  $\dot{s}$  é limitado.

Para provar a convergência à camada limite se dá em um intervalo de tempo finito, considere a primeira derivada de  $V$  em relação a  $t$  e a inequação (3.30):

$$\dot{V}(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s_\phi^2 = s_\phi \dot{s}_\phi \leq -\eta |s_\phi|$$

Deste modo, dividindo ambos os lados da inequação por  $|s_\phi|$ , e integrando-os no intervalo  $0 \leq t \leq t_{\text{cam}}$ :

$$\int_0^{t_{\text{cam}}} \frac{s_\phi}{|s_\phi|} \dot{s}_\phi dt \leq - \int_0^{t_{\text{cam}}} \eta dt \quad (3.31)$$

$$|s_\phi(t_{\text{cam}})| - |s_\phi(0)| \leq -\eta t_{\text{cam}} \quad (3.32)$$

Enfim, lembrando que ao alcançar a camada limite temos  $s_\phi(t_{\text{cam}}) = 0$ , pode-se determinar o tempo necessário para que  $\Phi$  seja alcançada:

$$t_{\text{cam}} \leq \frac{|s_\phi(t=0)|}{\eta} \quad (3.33)$$

completando assim a demonstração.  $\square$

Através da demonstração do Teorema 3.3 pode-se então verificar que a camada limite é alcançada em um intervalo de tempo finito,  $0 \leq t \leq t_{\text{cam}}$ . Além disso, pela equação (3.29) e por (3.17), temos ainda que  $t_{\text{cam}} \leq t_{\text{des}}$ .

Uma consequência imediata do Teorema 3.3 é a confirmação da atratividade da camada limite, como pode ser mais formalmente enunciado através do seguinte corolário:

**Corolário 3.3.1** *Seja a camada limite definida conforme (3.27). Então, ao atender a condição (3.30), a lei de controle (3.26) faz da camada limite um conjunto invariante, ou seja, toda trajetória que se inicia no interior de  $\Phi$  permanece em  $\Phi$  para  $\forall t \geq 0$ .*

Em complementação ao Teorema 3.3, pode-se ainda concluir que dentro da camada limite temos  $s(\mathbf{x}, t) \leq \phi$  e deste modo, conforme apresentado em [18], os estados ficarão confinados a uma dada região  $S_\phi$ , definida por:

$$S_\phi = \left\{ \tilde{\mathbf{x}}(t) \mid |\tilde{x}^{(i)}| \leq 2^{i-1} \lambda^{i-n} \phi, i = 1, \dots, n \right\} \quad (3.34)$$

Nesta situação, derivando  $s$  em relação a  $t$  e substituindo a lei de controle, pode-se inferir que o comportamento dinâmico de  $s$  é dado por:

$$\dot{s} + gm \frac{K}{\phi} s = gm [d(\hat{u}) - d(u)] - (\hat{f} - f) - (\widehat{gm} - gm) \hat{u} \quad (3.35)$$

o que indica, portanto, que no interior de  $\Phi$  a dinâmica de  $s$  é governada pelas incertezas com relação a  $f(\mathbf{x}, t)$ ,  $g(\mathbf{x}, t)$ , e os parâmetros da zona-morta.

Isto demonstra que a adoção de um algoritmo adaptativo para a compensação das incertezas, permite uma melhor *acomodação* da dinâmica do sistema.

### 3.3 Simulações numéricas

Para avaliar a performance da estratégia de controle proposta, seja o sistema dinâmico não-linear instável (i.e. o sistema linearizado apresenta uma instabilidade na origem [34]):

$$\ddot{x} = a_1 \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} - a_2(\dot{x}^2 + 2x)\text{sen}\dot{x} - a_3 x \text{sen}3t + gw(t) \quad (3.36)$$

onde a variável de entrada  $w(t)$  representa a saída de uma não-linearidade do tipo zona-morta, matematicamente representada pelas equações (3.3) e (3.4). Para a realização das simulações foram adotados os seguintes parâmetros  $a_1 = a_2 = 1$ ,  $a_3 = 0,25$  e  $g = 1$ .

Considere, a princípio, que não haja incerteza quanto à dinâmica do sistema (3.36), ou seja, apenas os parâmetros da zona-morta são desconhecidos. Deste modo, com base na metodologia proposta, sugere-se a seguinte lei de controle:

$$u = \widehat{gm}^{-1}(-\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda\dot{\hat{x}}) + \hat{d}(\hat{u}) - K\text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (3.37)$$

onde  $\hat{u} = \widehat{gm}^{-1}(-\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda\dot{\hat{x}})$  e, considerando a dinâmica plenamente conhecida,

$$\hat{f} = a_1 \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} - a_2(\dot{x}^2 + 2x)\text{sen}\dot{x} - a_3 x \text{sen}3t$$

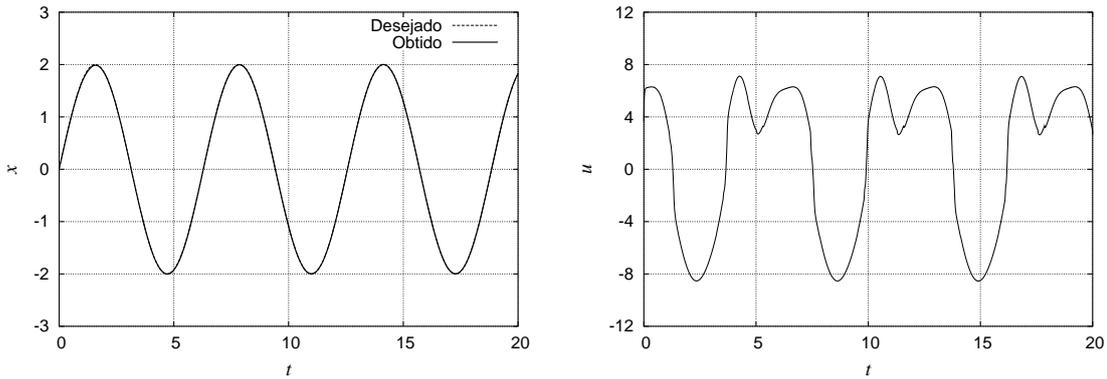
O ganho  $K$  foi definido de acordo com (3.13),  $K = \eta + \delta + |\hat{d}(\hat{u})| + (\mathcal{B} - 1)|\hat{u}|$ , e o valor de  $\hat{d}(\hat{u})$  foi determinado por um sistema de inferência nebuloso e adaptativo, para o qual foram adotadas funções de pertinência triangulares e trapezoidais (extremidades). Os valores centrais adotados para estas funções de pertinência foram  $C = \{-3; -0,5; -0,2; 0; 0,2; 0,5; 3\}$ .

Para realização das simulações numéricas, as equações do modelo dinâmico e do controlador foram computacionalmente implementadas em C. As equações diferenciais foram numericamente resolvidas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem e as simulações foram realizadas a uma taxa de 200 Hz.

O vetor de parâmetros ajustáveis do sistema de inferência nebuloso foi inicializado com o valor zero,  $\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{0}$ , sendo então atualizado a cada iteração de acordo com a equação (3.23),  $\dot{\hat{\mathbf{D}}} = -\varphi s \Psi(\hat{u})$ .

Os parâmetros escolhidos para o modelo de zona-morta foram  $m = 1$ ;  $\delta_l = -2$  e  $\delta_r = 2,5$ . Para o sistema de controle, levou-se em consideração que apenas os valores limites destes parâmetros eram conhecidos, ou seja,  $-1 \leq \delta_l \leq -3$ ,  $1 \leq \delta_r \leq 3$  e  $0,80 \leq m \leq 1,25$ . Deste modo, os parâmetros adotados para o controlador foram  $\widehat{gm} = 1$ ;  $\mathcal{B} = 1,56$ ;  $\delta = 3$ ;  $\eta = 0,1$ ;  $\phi = 0,1$ ;  $\lambda = 0,8$  e  $\varphi = 50$ .

Na Figura 3.3 são apresentados alguns resultados obtidos com o controlador proposto, aqui denominado AFSMC (*Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller*), para o problema de rastreamento da trajetória  $x_d(t) = 2 \sin t$ . Nesta primeira situação considerou-se que o estado inicial do sistema coincidia com o da trajetória desejada, ou seja,  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ .



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $u$ .

Figura 3.3: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ .

Como pode ser observado na Figura 3.3(a), o controlador proposto apresentou um ótimo desempenho, garantindo que a trajetória desejada fosse rigorosamente cumprida. Pode-se verificar na Figura 3.3(b) que a incorporação de uma camada limite ( $\Phi$ ) nas vizinhanças da superfície de deslizamento, evitou o aparecimento do *chattering*, mesmo havendo incerteza quanto aos parâmetros da zona-morta.

Para permitir uma avaliação equânime do desempenho da estratégia de controle proposta, o AFSMC foi comparado com um sistema de controle convencional por modos

deslizantes (SMC). Destaca-se que o algoritmo proposto pode ser facilmente transformado em um SMC convencional, definindo-se o ganho de adaptação como igual a zero,  $\varphi = 0$ . Deste modo, o vetor  $\hat{\mathbf{D}}$  não é atualizado durante a simulação, não havendo portanto compensação prévia da zona-morta,  $\hat{d}(\hat{u}) = 0$  para  $\forall t \geq 0$ .

Na Figura 3.4 apresenta-se uma comparação do erro obtido com ambos os controladores, proposto (AFSMC) e convencional (SMC), para o rastreamento da trajetória  $x_d(t) = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ .

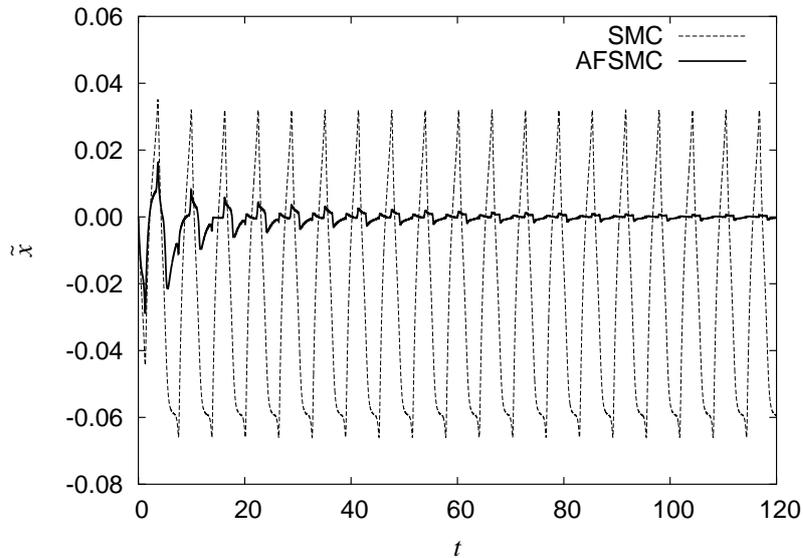
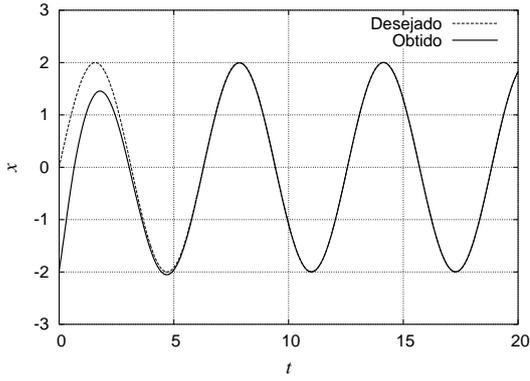


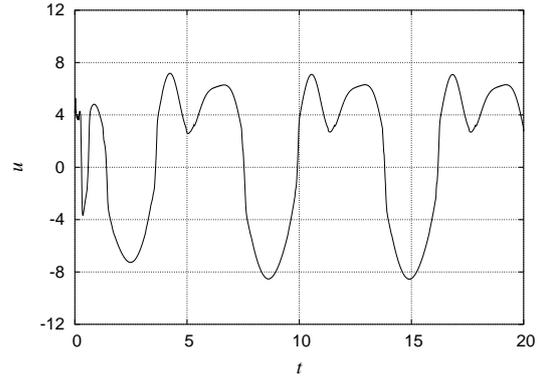
Figura 3.4: Comparação do erro de rastreamento obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando  $x_d = 2 \sin t$  e  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ .

Pode-se notar claramente, através da Figura 3.4, que a incorporação de uma estratégia de compensação nebulosa e adaptativa para a zona-morta permitiu um aumento substancial da performance do controlador proposto sobre a metodologia tradicional. Verifica-se que em apenas 1/4 do tempo total de simulação,  $t = 30$ , o erro obtido com o AFSMC já representa um valor aproximadamente 95% inferior ao obtido com o SMC.

Para demonstrar a convergência dos estados à camada limite  $\Phi$ , seja o problema de rastreamento da mesma trajetória,  $x_d = 2 \sin t$ , todavia considerando que o estado inicial do sistema não coincida com os valores iniciais da trajetória desejada,  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ . Na Figura 3.5 são apresentados os resultados obtidos para  $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$ .



(a) Variável de estado  $x$ .

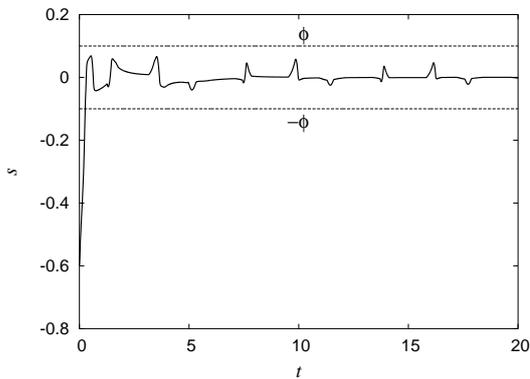


(b) Variável manipulada  $u$ .

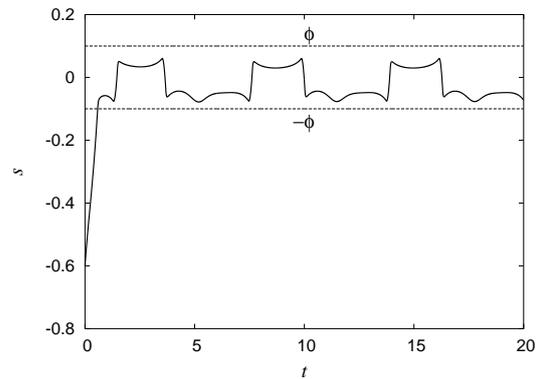
Figura 3.5: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$ .

Ao analisar a Figura 3.5 observa-se que o controlador proposto garante a aproximação dos estados à trajetória estipulada e, uma vez concluída esta fase inicial de convergência, o AFSMC também assegura uma excelente performance de rastreamento.

A convergência à camada limite pode ser ainda melhor avaliada, examinando-se a evolução de  $s$  no domínio do tempo, conforme exposto na Figura 3.6. São apresentados os resultados obtidos tanto pela estratégia proposta, Figura 3.6(a), quanto pelo método convencional por modos deslizantes, Figura 3.6(b). O valor de espessura ( $\phi$ ) da camada limite aparece indicado em ambos os gráficos para ressaltar a propriedade atrativa deste conjunto invariante.



(a) AFSMC



(b) SMC

Figura 3.6: Evolução de  $s$  no domínio do tempo para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$ .

Comparando os gráficos obtidos para  $s$ , relativos ao AFSMC e ao SMC, pode-se verificar que o controlador proposto não só permitiu que a camada limite fosse alcançada em um intervalo de tempo menor, como também proporcionou um comportamento dinâmico mais moderado no interior de  $\Phi$ . Isto deve-se ao fato da dinâmica de  $s$  no interior da camada limite ser governada pelas incertezas em relação ao sistema e aos parâmetros da zona-morta, como pode ser verificado pela equação (3.35). Portanto, ao compensar o valor de  $d(u)$  através da estimativa  $\hat{d}(\hat{u})$ , o AFSMC reduz a amplitude da excitação de  $s$ . A convergência da estimativa  $\hat{d}(\hat{u})$  ao valor de  $d(u)$  é apresentada na Figura 3.7 para as duas situações aqui tratadas,  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  e  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ .

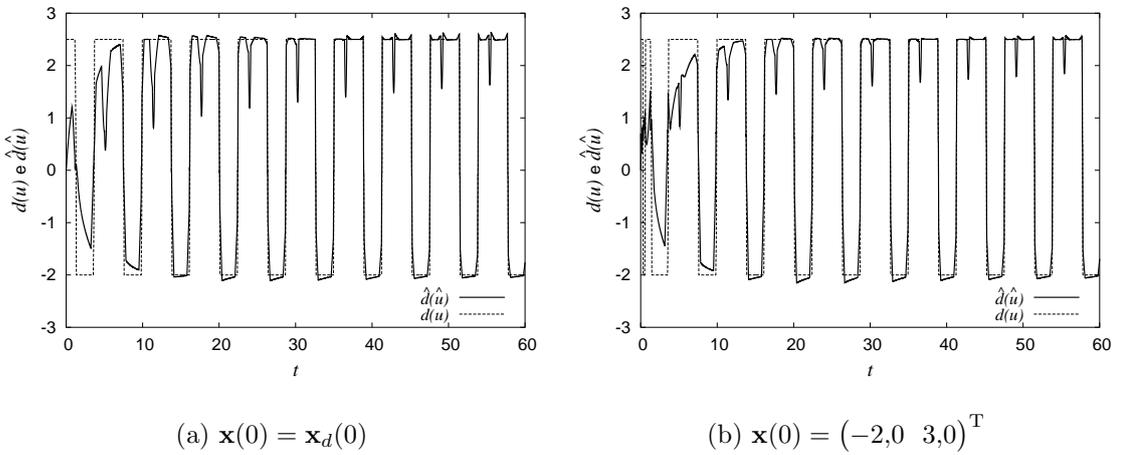


Figura 3.7: Avaliação da convergência do algoritmo adaptativo nebuloso através da comparação entre os valores de  $d(u)$  e de sua estimativa  $\hat{d}(\hat{u})$ .

Pela Figura 3.7, pode-se constatar que em ambas as situações,  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  e  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ , o algoritmo adaptativo apresentou um excelente desempenho, permitindo a rápida convergência dos valores de saída do sistema de inferência nebuloso, responsável pela compensação de  $d(u)$ .

No entanto, vale lembrar que para estas simulações considerou-se que a dinâmica do sistema controlado fosse plenamente conhecida. Para verificar o desempenho do sistema de controle proposto frente a incertezas no modelo dinâmico, suponha agora que o termo  $-a_3 x \sin 3t$  da equação (3.36) seja desconhecido, sendo portanto tratado pelo controlador como incerteza não estruturada.

Deste modo, o termo  $-a_3 x \sin 3t$  não foi incorporado à estrutura do controlador:

$$u = \widehat{gm}^{-1}(-\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\hat{x}}) + \hat{d}(\hat{u}) - K_{\text{sat}} \left( \frac{s}{\phi} \right)$$

sendo, portanto, a estimativa  $\hat{f}$  representada por:

$$\hat{f} = a_1 \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} - a_2(x^2 + 2x)\text{sen}x$$

Para garantir a robustez do controlador, o ganho  $K$  foi redefinido, conforme previsto em (3.13), para  $K = \eta + \delta + |\hat{d}(\hat{u})| + \widehat{gm}^{-1} \mathcal{B} F + (\mathcal{B} - 1)|\hat{u}|$ , onde  $F$  representa o valor máximo das incertezas em relação a dinâmica do sistema controlado,  $F \geq |\hat{f} - f|$ . Levando-se em consideração a trajetória estipulada, o valor de  $F$  adotado para as simulações foi  $F = 0,6$ . Os resultados obtidos são apresentados a seguir, da Figura 3.8 a Figura 3.12, tanto para o caso  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  quanto para  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ .

Na Figura 3.8 são mostrados os resultados obtidos mediante a utilização da estratégia proposta no rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \text{sen} t$ , com  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$ . Nota-se, Figura 3.8(a), que apesar da incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado, o AFSMC assegurou uma ótima performance de rastreamento. Pela Figura 3.8(b) pode-se observar que a utilização de uma função de saturação na lei de controle, o que caracteriza a adoção de uma camada limite nas vizinhanças da superfície de deslizamento, evitou o aparecimento do *chattering*, mesmo havendo incerteza quanto aos parâmetros da zona-morta e quanto à dinâmica do sistema controlado.

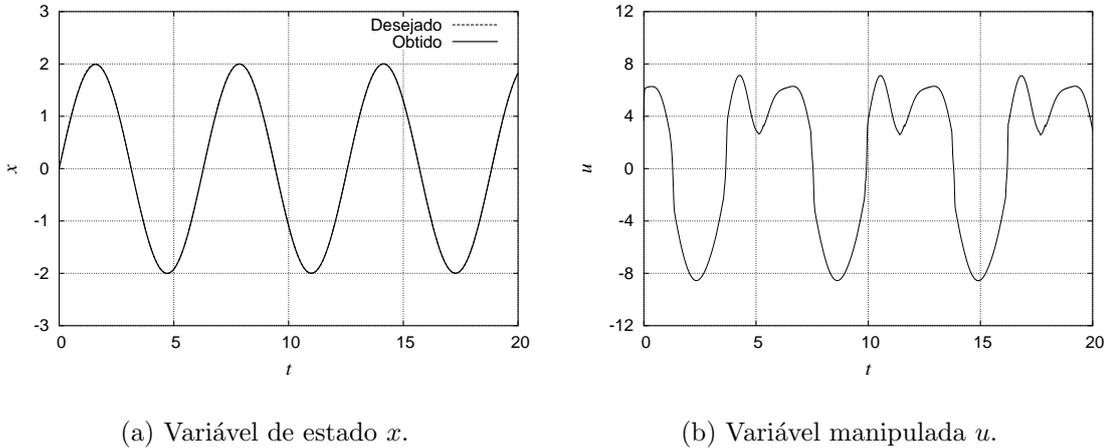


Figura 3.8: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \text{sen} t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado.

Uma comparação do erro obtido com o sistema de controle proposto (AFSMC) e com o método convencional por modos deslizantes (SMC) é apresentada na Figura 3.9, para o problema de rastreamento da trajetória  $x_d(t) = 2 \text{sen} t$ .

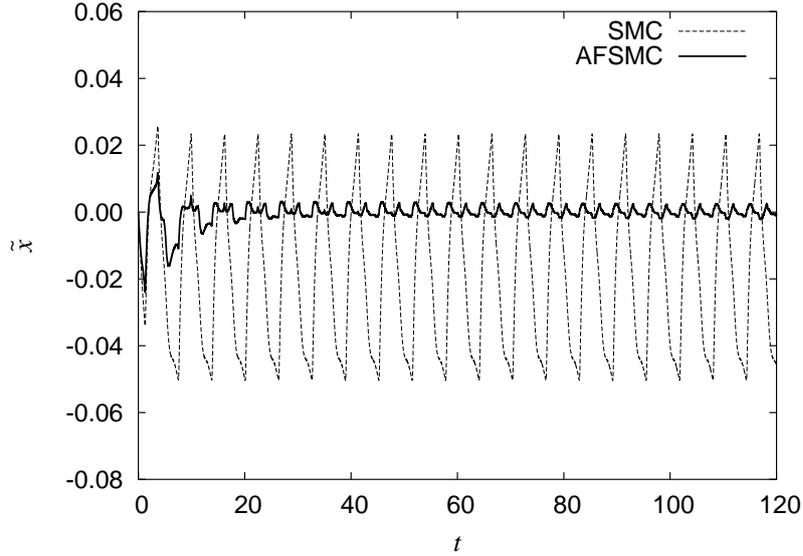


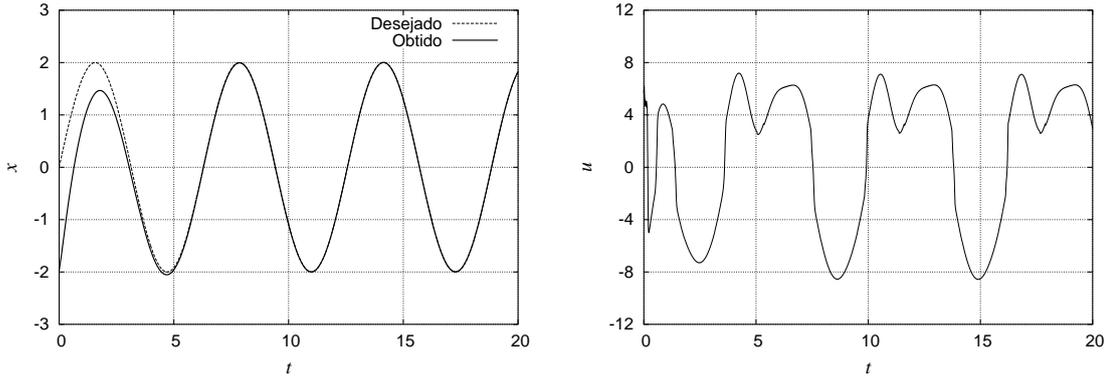
Figura 3.9: Comparação do erro de rastreamento obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando  $x_d = 2 \sin t$ ,  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  e incerteza no modelo dinâmico.

Ao analisar a Figura 3.9, pode-se constatar uma ligeira queda na performance do AFSMC, quando comparada com o resultado exposto na Figura 3.4, onde apenas a zona-morta era desconhecida. Ainda assim, o desempenho obtido com o AFSMC foi consideravelmente superior ao obtido com o SMC. Examinando atentamente os dados obtidos com ambos os controladores, verifica-se que em apenas  $1/4$  do tempo total de simulação,  $t = 30$ , o erro obtido com o AFSMC já representa um valor aproximadamente 94% inferior ao obtido com o SMC.

Para demonstrar que a incerteza no modelo dinâmico não interfere na convergência dos estados à camada limite  $\Phi$ , considere novamente o rastreamento da  $x_d = 2 \sin t$ , com  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ . Alguns resultados obtidos para  $\mathbf{x}(0) = [-2,0 \ 3,0]^T$  são mostrados na Figura 3.10.

Observando a Figura 3.10 pode-se confirmar o ótimo desempenho do controlador proposto, ao assegurar o rastreamento da trajetória desejada.

Na Figura 3.11 compara-se o AFSMC com a metodologia convencional de controle por modos deslizantes (SMC), através da evolução de  $s$  no domínio do tempo. Novamente o valor de espessura ( $\phi$ ) da camada limite aparece indicado em ambos os gráficos para ressaltar a propriedade atrativa deste conjunto invariante. Pela Figura 3.11, pode-se constatar mais uma vez que o controlador proposto propiciou um comportamento

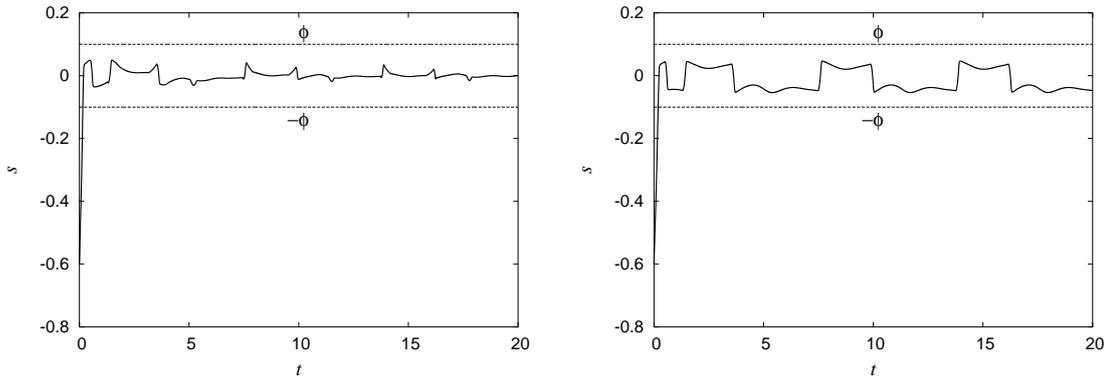


(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Variável manipulada  $u$ .

Figura 3.10: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$  e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado.

dinâmico mais moderado no interior de  $\Phi$ , o que reforça as vantagens promovidas pela estratégia adaptativa, adotada para a compensação prévia dos efeitos da zona-morta.

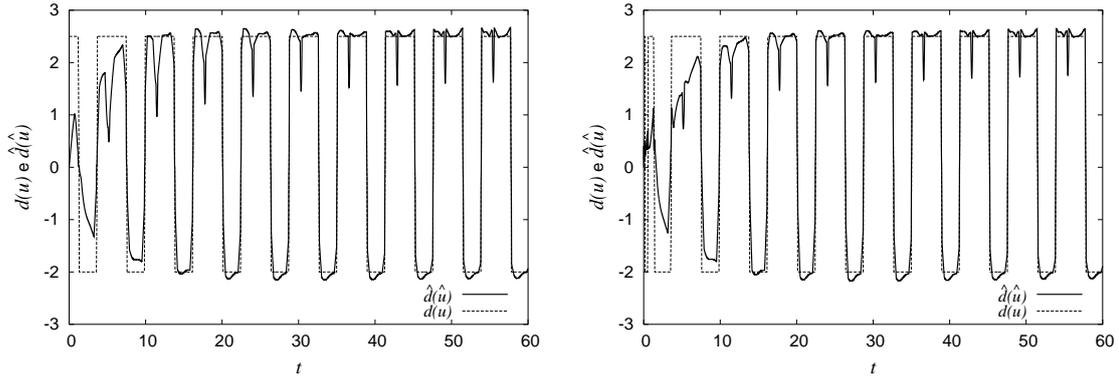


(a) AFSMC

(b) SMC

Figura 3.11: Evolução de  $s$  no domínio do tempo para o rastreamento da trajetória  $x_d = 2 \sin t$ , considerando  $\mathbf{x}(0) = [-2, 0 \ 3, 0]^T$  e incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado.

Para comprovar a eficiência do algoritmo adaptativo nebuloso, mesmo na presença de incertezas não estruturadas, destaca-se na Figura 3.12 a convergência da estimativa  $\hat{d}(\hat{u})$  ao valor de  $d(u)$ , para ambas as situações aqui tratadas,  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$  e  $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{x}_d(0)$ . Verifica-se que nas duas situações o algoritmo adaptativo permitiu a rápida convergência dos valores de saída do sistema de inferência nebuloso, responsável pela compensação de  $d(u)$ .



(a)  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_d(0)$

(b)  $\mathbf{x}(0) = (-2, 0, 3, 0)^T$

Figura 3.12: Avaliação da convergência do algoritmo adaptativo nebuloso através da comparação entre os valores de  $d(u)$  e de sua estimativa  $\hat{d}(\hat{u})$ , considerando incerteza no modelo dinâmico do sistema controlado.

Deste modo, os resultados obtidos em simulações computacionais e aqui apresentados, demonstram o excelente desempenho do sistema de controle proposto e corroboram as conclusões deduzidas analiticamente na seção anterior.

Aliás, deve-se ressaltar que a possibilidade de determinar de forma analítica os principais parâmetros do controlador, tornam a metodologia aqui apresentada extremamente atraente para a aplicação a sistemas dinâmicos que apresentem elevado grau de complexidade, uma vez que nestes casos a escolha dos parâmetros por tentativa e erro nem sempre leva à determinação dos valores mais adequados.

No Capítulo 5 a estratégia de controle aqui apresentada será empregada no problema de posicionamento dinâmico de veículos robóticos submarinos. Conforme será tratado no capítulo a seguir, esta classe de veículos apresenta um comportamento dinâmico intrinsecamente não-linear e, ao mesmo tempo, dependente das incertezas típicas do seu ambiente de operação.

# Capítulo 4

## Modelagem Matemática de Veículos Robóticos Submarinos

O desenvolvimento de um modelo matemático que descreva com exatidão o movimento de um veículo robótico submarino compreende tanto a dinâmica de corpo rígido referente ao veículo em si, quanto a representação da dinâmica do fluido, um sistema tipicamente contínuo, no qual o veículo está imerso. Enquanto a dinâmica de corpo rígido do veículo pode ser representada por equações diferenciais ordinárias (EDO), o meio fluido deve ser representado pela equação de Navier-Stokes, um sistema de equações diferenciais parciais (EDP).

Particularmente no caso de veículos submarinos de operação remota (ROVs), a modelagem deve ainda levar em consideração o comportamento dinâmico de outro sistema contínuo, o cabo umbilical.

Porém, a solução analítica ou numérica de um modelo com este grau de sofisticação permanece um desafio, sendo atualmente alvo de intensa pesquisa. Deste modo, modelos baseados em parâmetros concentrados têm sido largamente empregados para representar de forma aproximada o comportamento dinâmico do veículo [37–43].

Artigos recentes [44–47] mostram ainda que a dinâmica do subsistema de propulsão exerce grande influência sobre o comportamento dinâmico dos veículos submarinos, principalmente durante a realização de manobras em baixas velocidades.

O modelo dinâmico adotado neste trabalho baseia-se no modelo não-linear comumente apresentado na literatura [38, 39, 41], com exceção à representação matemática

dos propulsores, para a qual algumas modificações serão propostas. O modelo matemático do sistema de propulsão, proposto neste trabalho, incorpora características eletro-mecânicas e as perdas por atrito no hélice, efeitos normalmente não considerados.

## 4.1 Cinemática do veículo

Dados os dois sistemas de coordenadas cartesianas  $I$  e  $B$ , conforme apresentado na Figura 4.1, pode-se definir a posição do veículo através de um vetor  $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ , que representa a posição da origem do sistema de coordenadas  $B$ , fixo ao corpo do veículo, em relação ao sistema de coordenadas inerciais  $I$ . A orientação do mesmo pode ser descrita pelos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  que representam, respectivamente, o ângulo de jogo (*roll*), o ângulo de arfagem (*pitch*) e o ângulo de rumo (*heading*).

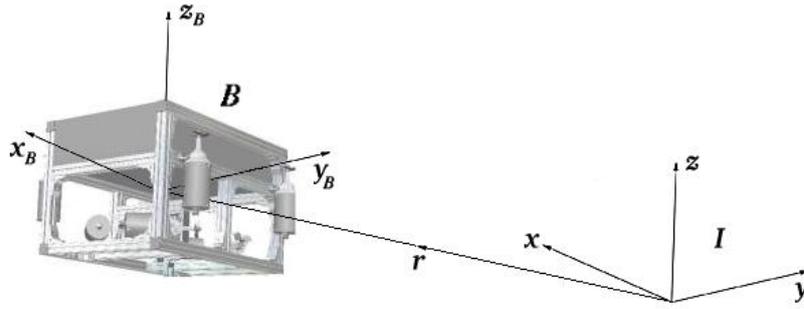


Figura 4.1: Sistemas de coordenadas do veículo robótico submarino.

Os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  foram escolhidos para parametrizar a orientação do veículo em termos da convenção  $XYZ$  dos ângulos de Euler<sup>1</sup>. Segundo a parametrização adotada, a transformação de um dado vetor livre  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ , representado no sistema de coordenadas  $B$  fixo ao corpo do veículo por  $\mathbf{w}_B$ , para o sistema de coordenadas inerciais, dá-se conforme apresentado na equação (4.1).

$$\mathbf{w}_I = \mathbf{R}_\gamma^T \mathbf{R}_\beta^T \mathbf{R}_\alpha^T \mathbf{w}_B = \mathbf{R} \mathbf{w}_B \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{R}_\alpha$ ,  $\mathbf{R}_\beta$  e  $\mathbf{R}_\gamma$  representam as matrizes de rotação elementar,

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<sup>1</sup>Leonhard Euler (1707–1783) – Matemático suíço

e  $\mathbf{R}$  denota a matriz de transformação (ou matriz de rotação),

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma \\ \cos \beta \sin \gamma & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

A convenção  $XYZ$  para os ângulos de Euler foi adotada apenas por ser a representação mais comumente aplicada a problemas envolvendo veículos marinhos e espaciais. Ressalta-se que outras convenções poderiam ainda ser adotadas, tanto em função dos ângulos de Euler quanto dos ângulos de Cardan<sup>2</sup> [48].

As matrizes  $\mathbf{R}_\alpha$ ,  $\mathbf{R}_\beta$ ,  $\mathbf{R}_\gamma$  e  $\mathbf{R}$  são consideradas ortogonais, uma vez que elas preservam a magnitude do vetor  $\mathbf{w}$  e a ortogonalidade dos eixos coordenados. O determinante de uma matriz ortogonal  $\mathbf{Q}$  pode ser igual a  $\pm 1$ . Nos casos em que  $\det \mathbf{Q} = +1$ , a matriz  $\mathbf{Q}$  corresponde a uma rotação. O conjunto formado pelas matrizes ortogonais  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  que apresentem  $\det \mathbf{Q} = +1$ , é freqüentemente chamado de  $SO(3)$ , grupo ortogonal especial de ordem 3, do qual fazem parte as matrizes de rotação apresentadas anteriormente,  $\mathbf{R}_\alpha$ ,  $\mathbf{R}_\beta$ ,  $\mathbf{R}_\gamma$ ,  $\mathbf{R} \in SO(3)$  [49].

As equações cinemáticas representativas da velocidade linear no sistema de coordenadas inerciais podem ser expressas por  $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{R} \mathbf{v}$ , onde  $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$  é vetor velocidade de translação representado no sistema de coordenadas fixo ao corpo do veículo.

Com relação à velocidade angular, as equações cinemáticas no sistema de coordenadas inerciais são apresentadas a seguir:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{\cos \beta} \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  e  $\omega_z$  são as componentes do vetor de velocidade angular, expressas no sistema fixo ao corpo do veículo, e  $\mathbf{q} = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ .

Estas equações, lineares e angulares, são normalmente apresentadas na forma compacta  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\boldsymbol{\nu}$ , onde  $\mathbf{x} = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$ ,  $\boldsymbol{\nu} = [v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  e  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  representa o Jacobiano<sup>3</sup> da transformação.

<sup>2</sup>Hieronymus Cardanus (1501–1576) – Matemático italiano

<sup>3</sup>Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–1851) – Matemático alemão.

A parametrização do grupo ortogonal especial  $SO(3)$  em termos  $XYZ$  dos ângulos de Euler apresenta singularidades para  $\beta = \pm 90^\circ$  ( $\cos \beta = 0$ ). Esta situação poderia ser contornada caso fossem escolhidos Parâmetros de Rodrigues<sup>4</sup> ou Quatérnios (quádruplos ordenados de álgebra não comutativa originalmente propostos por Hamilton<sup>5</sup>) para descrever a orientação do veículo, ao custo porém da necessidade de adoção de mais um parâmetro para representar as matrizes de rotação. Todavia, levando em consideração que em condições normais de operação o ângulo de arfagem (*pitch*) do veículo permanece pequeno, as complicações causadas pela singularidade podem ser evitadas, não caracterizando nestes casos um problema real. Conforme será tratado no Capítulo 5, a distância entre o centro de gravidade e o centro de flutuação do veículo pode inclusive, durante a fase de projeto, ser dimensionada de tal maneira que o ângulo de arfagem seja mantido arbitrariamente pequeno.

## 4.2 Dinâmica do veículo

As equações de movimento para um veículo robótico submarino, expressas no sistema de coordenadas fixo ao corpo, são normalmente apresentadas na forma vetorial:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{k}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{h}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{p} = \boldsymbol{\tau} \quad (4.3)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa total (inércia de corpo-rígido e massa adicional hidrodinâmica),  $\mathbf{k}(\boldsymbol{\nu})$  representa as forças de Coriolis<sup>6</sup> e centrífugas,  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\nu})$  são as forças decorrentes do amortecimento quadrático hidrodinâmico,  $\mathbf{g}(\mathbf{q})$  é o vetor com as forças de restauração (gravidade e flutuação),  $\mathbf{p}$  representa as eventuais perturbações provocadas pelas correntes marinhas e  $\boldsymbol{\tau}$  é a força de controle gerada pelo sistema de propulsão.

Ressalta-se que, no caso de veículos submarinos de operação remota (ROVs), os distúrbios causados pelo cabo umbilical devem ser também considerados. O umbilical pode ser modelado tanto como um sistema contínuo, quanto discretizado pelo método dos elementos finitos, podendo ainda ser tratado como um sistema multi-corpos [37,41].

---

<sup>4</sup>Benjamin Olinde Rodrigues (1794–1851) – Matemático francês

<sup>5</sup>William Rowan Hamilton (1805–1865) – Matemático irlandês

<sup>6</sup>Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843) – Engenheiro mecânico francês

Porém o esforço computacional necessário para a obtenção de uma solução baseada em alguma destas três metodologias, dificultaria seu emprego nas etapas de calibração e simulação do sistema de controle do veículo. Usualmente esta limitação é contornada considerando as forças exercidas pelo cabo umbilical sobre o ROV como perturbações aleatórias, sendo portanto incorporadas ao vetor  $\mathbf{p}$ .

A seguir, as principais forças atuantes sobre um veículo robótico submarino são apresentadas.

### 4.2.1 Efeitos da gravidade e da flutuação

As forças e momentos causados pela gravidade ( $\mathcal{M}\mathbf{g}$ ) e pela flutuação ( $\rho\mathbf{g}\nabla$ ), onde  $\mathcal{M}$  é massa do veículo,  $\mathbf{g}$  a aceleração da gravidade,  $\rho$  a massa específica da água e  $\nabla$  é o volume de água deslocado pelo veículo, podem ser expressos pelo vetor  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^6$ :

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T [0 \ 0 \ (\rho\mathbf{g}\nabla - \mathcal{M}\mathbf{g})]^T \\ \mathbf{r}_f \times \mathbf{R}^T [0 \ 0 \ \rho\mathbf{g}\nabla]^T - \mathbf{r}_g \times \mathbf{R}^T [0 \ 0 \ \mathcal{M}\mathbf{g}]^T \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Os vetores  $\mathbf{r}_g$  e  $\mathbf{r}_f$  representam, respectivamente, as coordenadas dos centros de gravidade e flutuação expressos no sistema de coordenadas fixo ao corpo do veículo.

### 4.2.2 Efeitos hidrodinâmicos

As forças hidrodinâmicas decorrem do movimento relativo do veículo em relação a água. Conforme abordado no início deste capítulo, a dificuldade na obtenção de uma solução exata para este fenômeno têm motivado engenheiros e pesquisadores a adotarem uma formulação aproximada, baseada em parâmetros concentrados.

Considerando que as velocidades de operação dos veículos submarinos de operação remota são de baixa magnitude, raramente ultrapassando o valor de  $2 \text{ m/s}$  [50], os efeitos hidrodinâmicos  $F_h$  podem ser representados de forma aproximada pela equação de Morison [51]:

$$F_h = C_D \frac{1}{2} \rho A v |v| + C_M \rho \nabla \dot{v} + \rho \nabla \dot{v}_w \quad (4.5)$$

onde  $v$  e  $\dot{v}$  são, respectivamente, a velocidade e a aceleração relativa entre o corpo rígido e a água,  $\dot{v}_w$  é a aceleração da corrente marinha,  $A$  representa a superfície de referência e  $C_D$  e  $C_M$  são coeficientes a serem levantados experimentalmente.

O último termo da equação (4.5) é conhecido como força de Froude-Krylov e não será levado em consideração neste trabalho, tendo em vista que nas profundidades normais de operação dos veículos submarinos, a aceleração da correnteza pode ser desprezada, ou seja,  $v_w$  é constante. Deste modo, o coeficiente  $C_M \rho \nabla$  do segundo termo pode então ser chamado de massa adicional hidrodinâmica. O primeiro termo da equação representa a parcela relativa ao amortecimento quadrático hidrodinâmico.

Avaliações experimentais [52] demonstram que a equação de Morison descreve com boa precisão os efeitos hidrodinâmicos causados pelo movimento relativo de um corpo rígido em relação a água.

### • Amortecimento quadrático

O efeito do amortecimento hidrodinâmico  $\mathbf{d}(\boldsymbol{\nu})$  sobre o veículo, decorre tanto de movimentos de translação quanto de rotação, e pode ser expresso no sistema de coordenadas fixo ao corpo por [41, 50]:

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{D_x}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla^{\frac{2}{3}} |\boldsymbol{\nu}|^2 \\ \frac{1}{2} C_{D_y}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla^{\frac{2}{3}} |\boldsymbol{\nu}|^2 \\ \frac{1}{2} C_{D_z}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla^{\frac{2}{3}} |\boldsymbol{\nu}|^2 \\ \frac{1}{2} C_{D_{\alpha t}}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla |\boldsymbol{\nu}|^2 + \frac{1}{2} C_{D_{\alpha r}} \rho \nabla^{\frac{5}{3}} \omega_x |\omega_x| \\ \frac{1}{2} C_{D_{\beta t}}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla |\boldsymbol{\nu}|^2 + \frac{1}{2} C_{D_{\beta r}} \rho \nabla^{\frac{5}{3}} \omega_y |\omega_y| \\ \frac{1}{2} C_{D_{\gamma t}}(\boldsymbol{\nu}) \rho \nabla |\boldsymbol{\nu}|^2 + \frac{1}{2} C_{D_{\gamma r}} \rho \nabla^{\frac{5}{3}} \omega_z |\omega_z| \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Os parâmetros  $C_{D_x}$ ,  $C_{D_y}$ ,  $C_{D_z}$ ,  $C_{D_{\alpha t}}$ ,  $C_{D_{\beta t}}$ ,  $C_{D_{\gamma t}}$ ,  $C_{D_{\alpha r}}$ ,  $C_{D_{\beta r}}$  e  $C_{D_{\gamma r}}$  podem ser levantados experimentalmente a partir de testes realizados em túnel de vento [41] ou estimados *on-line* em um tanque de água através de algoritmos adaptativos [43].

### • Massa adicional

Devido à baixa velocidade operacional dos ROVs, a matriz de massa adicional hidrodinâmica  $\mathbf{M}_A$  é fortemente dominada pelos termos da sua diagonal principal, podendo então ser representada de forma aproximada por:

$$\mathbf{M}_A = \text{diag} \{ C_{M_x} \rho \nabla, C_{M_y} \rho \nabla, C_{M_z} \rho \nabla, C_{M_\alpha} \rho \nabla, C_{M_\beta} \rho \nabla, C_{M_\gamma} \rho \nabla \} \quad (4.7)$$

Assim como no cálculo do amortecimento dinâmico, os coeficientes  $C_{M_x}$ ,  $C_{M_y}$ ,  $C_{M_z}$ ,  $C_{M_\alpha}$ ,  $C_{M_\beta}$  e  $C_{M_\gamma}$  podem ser obtidos experimentalmente. A matriz  $\mathbf{M}_A$  pode ser

adicionada à matriz de inércia de corpo rígido, de modo a compor a matriz  $\mathbf{M}$  da equação (4.3).

### 4.3 Dinâmica dos propulsores

O empuxo ( $F_p$ ) produzido por um propulsor marinho em regime permanente é convencionalmente apresentado na literatura como sendo proporcional ao quadrado da velocidade de rotação do hélice ( $\Omega$ ) [51]. Esta relação quadrática é aqui convenientemente representada pela equação (4.8).

$$F_p = C_T \Omega |\Omega| \quad (4.8)$$

onde  $C_T$  é o coeficiente de empuxo do hélice.

Considerando a utilização de propulsores equipados com motores DC, foi apresentado em [44] um modelo dinâmico não-linear de primeira ordem, no qual a velocidade de rotação é utilizada como variável de estado. Este modelo, que aqui será denominado Modelo 1, pode ser escrito conforme as equações (4.9) e (4.10).

$$J_{meh} \dot{\Omega} + k_h \Omega |\Omega| = Q_m \quad (4.9)$$

$$F_p = C_T \Omega |\Omega| \quad (4.10)$$

onde  $J_{meh}$  é o momento inércia do conjunto motor–eixo–hélice,  $Q_m$  é o torque fornecido ao motor e o termo  $k_h \Omega |\Omega|$  representa o torque de rotação devido ao carregamento hidrodinâmico no hélice.

Em trabalhos posteriores [38, 53–56] foram apresentados alguns modelos mais precisos, os quais empregavam curvas de arrasto e sustentação e incorporavam outros efeitos hidrodinâmicos, como por exemplo a velocidade de rotação do fluido. Todos estes modelos representam a dinâmica do propulsor através de um sistema de segunda ordem, onde as variáveis de estado são a velocidade de rotação do hélice e a velocidade axial do fluido. No entanto, esta última variável dificilmente pode ser medida com precisão durante operações reais com veículos submarinos, o que compromete a utilização destes modelos no desenvolvimento de sistemas de controle.

Todavia, se as seguintes simplificações forem assumidas:

**Hipótese 4.1** *A magnitude e o sentido da velocidade axial do fluido são decorrentes, principalmente, da velocidade de rotação do hélice.*

**Hipótese 4.2** *A interferência do fluxo de água de um propulsor sobre o outro pode ser desprezada.*

**Hipótese 4.3** *A velocidade ambiente da água e a velocidade de manobra do ROV são desprezíveis quando comparadas com a velocidade do fluxo gerado pela rotação do hélice.*

pode-se, então representar o empuxo produzido pelos propulsores em função apenas da velocidade de rotação. Esta variável possui a grande vantagem de poder ser facilmente obtida em tempo real, tanto em testes de laboratório, quanto em operações reais com o veículo, através de sensores acoplados ao eixo do motor.

No entanto, mediante avaliações experimentais [57] realizadas em laboratório com os propulsores do ROV AEGIR (*An Experimental General-purpose Internet-based underwater Robot* [58]), verificou-se que os resultados obtidos com modelo proposto em [44] não apresentavam boa correlação com os valores levantados experimentalmente.

Deste modo, a fim de obter um modelo matemático que descreva com maior precisão a dinâmica dos propulsores, propõem-se uma variação do Modelo 1, de modo que sejam incorporadas algumas limitações dos atuadores, não consideradas no modelo original. As equações (4.11) e (4.12) apresentam o modelo proposto, que a partir de então será denominado Modelo 2:

$$J_{meh}\dot{\Omega} + k_f\Omega + k_h\Omega|\Omega| = Q_m \quad (4.11)$$

$$F_p = D(\Omega|\Omega|) \quad (4.12)$$

onde  $D(\Omega|\Omega|)$  representa uma não-linearidade do tipo zona-morta com entrada quadrática  $\Omega|\Omega|$  e saída  $F_p$ , como mostra a Figura 4.2, e que pode ser matematicamente descrita por:

$$D(\Omega|\Omega|) = \begin{cases} m_l(\Omega|\Omega| - \delta_l) & \text{for } \Omega|\Omega| \leq \delta_l \\ 0 & \text{for } \delta_l < \Omega|\Omega| < \delta_r \\ m_r(\Omega|\Omega| - \delta_r) & \text{for } \Omega|\Omega| \geq \delta_r \end{cases} \quad (4.13)$$

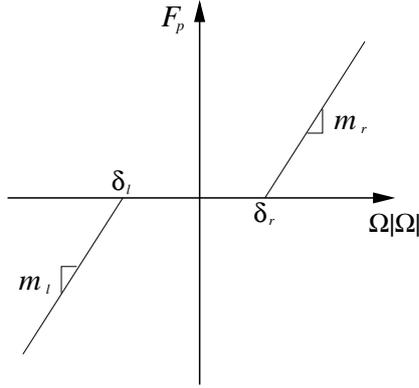


Figura 4.2: Zona-morta dos propulsores.

Com a utilização de uma função de zona-morta para representar a relação entre a velocidade de rotação e o empuxo produzido pelos propulsores, o modelo proposto (Modelo 2) passa a considerar as perdas durante a rotação, causadas pelo atrito do hélice com a água.

Deve-se ainda destacar que ao incorporar o termo  $k_f\Omega$ , o Modelo 2 reflete também os efeitos da força contra-eletromotriz (*back-emf*) e do atrito viscoso no eixo do propulsor, decorrente do sistema de vedação.

Por fim, vale lembrar que o acionamento dos motores DC pode se dar tanto em função da corrente  $i_m$ :

$$Q_m = k_t i_m \quad (4.14)$$

quanto em função da tensão  $V_m$  aplicada ao motor:

$$Q_m = \frac{k_t}{R_m} V_m \quad (4.15)$$

onde as constantes  $k_t$  e  $R_m$  representam, respectivamente, a constante de torque eletromagnético e a resistência de armadura, e podem ser obtidas diretamente no catálogo do fabricante do motor elétrico.

Ressalta-se que os valores  $J_{meh}$ ,  $k_f$ ,  $k_h$ ,  $\delta_l$ ,  $\delta_r$ ,  $m_l$  e  $m_r$  devem ser levantados experimentalmente, uma vez que dependem dos detalhes construtivos de cada propulsor.

Os dados experimentais obtidos com os propulsores do ROV AEGIR em um canal de ondas (vide Apêndice A) podem ser usados para validar as modificações propostas no Modelo 2. Na Figura 4.3 apresenta-se uma comparação entre os resultados computados com os dois modelos, Modelo 1 e Modelo 2, e os valores experimentais. Os

parâmetros necessários a ambos os modelos foram levantados experimentalmente e determinados através de uma implementação do algoritmo de Levenberg–Marquardt [59], método iterativo que pode ser aplicado para a solução de problemas não-lineares do tipo mínimos quadrados.

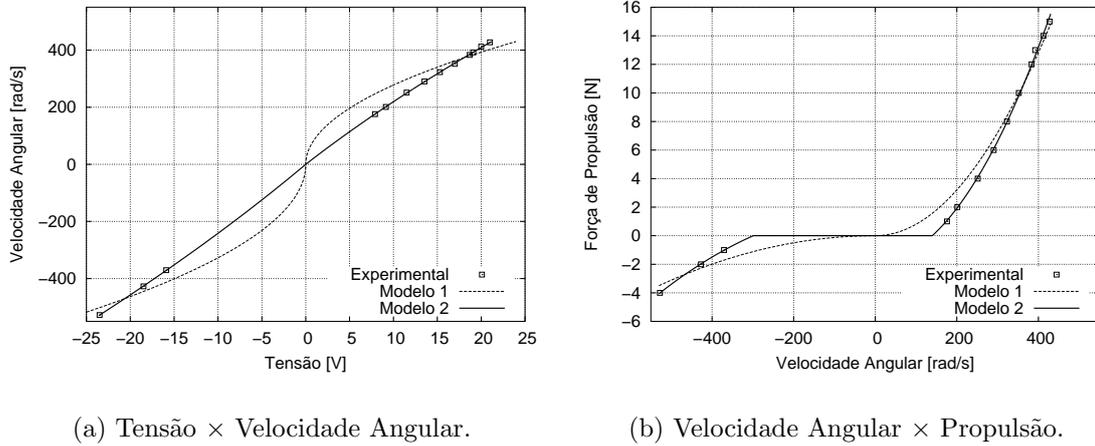


Figura 4.3: Comparação entre os valores obtidos experimentalmente com os propulsores do ROV AEGIR e simulados com os modelos 1 e 2.

Como pode ser observado na Figura 4.3, o modelo proposto mostrou-se mais adequado para representar a resposta do propulsor. Isto se deve ao fato do Modelo 2 incorporar características eletro-mecânicas e as perdas por atrito, as quais não são normalmente consideradas. Muito embora estes efeitos dissipativos possam até ser desprezados com a utilização de propulsores otimizados, a consideração destes fenômenos é de vital importância no desenvolvimento de sistemas de controle para veículos que utilizem propulsores de baixo custo, conforme será visto no Capítulo 5.

Deste modo, a representação no sistema de coordenadas fixo ao corpo do veículo das forças decorrentes do sistema de propulsão é dada pelo vetor  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^6$ :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}\mathbf{F}_p \quad (4.16)$$

onde  $\mathbf{F}_p \in \mathbb{R}^N$  é o vetor que contém o empuxo produzido por cada um dos  $N$  propulsores e  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{6 \times N}$  é a matriz responsável pela distribuição das forças de propulsão sobre o veículo.

# Capítulo 5

## Posicionamento Dinâmico de Veículos Robóticos Submarinos

O controlador é uma peça fundamental da arquitetura de um veículo robótico submarino, e suas características (vantagens e desvantagens) representam um dos principais critérios na hora da escolha de qual veículo será empregado em uma missão ou adquirido por uma empresa. O crescente número de trabalhos dedicados ao problema de posicionamento dinâmico de veículos robóticos submarinos confirmam a necessidade de se desenvolver um sistema confiável para esta classe de veículos.

No entanto, a opção por abordagens clássicas de controle linear tem se mostrado inadequada no caso de veículos submarinos. Conforme mencionado no capítulo anterior, estes veículos apresentam um comportamento dinâmico intrinsecamente não-linear. Por se tratar de uma simplificação, a adoção de parâmetros concentrados na representação dos efeitos hidrodinâmicos não permite que os parâmetros do modelo sejam conhecidos com exatidão. Os ROVs estão ainda sujeitos a perturbações difíceis de serem mensuradas, provenientes das correntes marinhas e do cabo umbilical.

A existência de incertezas, tanto estruturadas (paramétricas) quanto não estruturadas (dinâmica não modelada), e o caráter não-linear da dinâmica do veículo sugerem a utilização de uma metodologia de controle robusto para o problema em questão.

Testes realizados com o sistema de propulsão do ROV AEGIR (vide Apêndice A) indicam também a presença de uma não-linearidade do tipo zona-morta no empuxo produzido, o que portanto motiva a utilização do algoritmo apresentado no Capítulo 3.

Artigos recentes [44, 46, 47, 60] destacam ainda a importância de se considerar a dinâmica dos propulsores na modelagem do comportamento dinâmico do veículo como um todo, bem como na elaboração do seu algoritmo de controle de posição e orientação. Neste sentido, será adotada uma estratégia de compensação por modos deslizantes para determinar a tensão a ser fornecida aos propulsores.

Outro problema até então não abordado neste trabalho, e que será tratado a seguir, diz respeito à necessidade das variáveis de estado estarem disponíveis para realimentação do controlador. Todavia, é comum em boa parte das aplicações práticas que nem todas as variáveis de estado estejam disponíveis para serem medidas. No caso do controle de posição e orientação de veículos submarinos, por exemplo, dificilmente se consegue medir com boa precisão as velocidades lineares e angulares do veículo. Em situações como esta, as variáveis de estado não mensuráveis devem ser estimadas a partir das variáveis conhecidas.

## 5.1 Diferenciação por modos deslizantes

A diferenciação de um sinal é um procedimento que exige cautela, tendo em vista que a adoção de procedimentos convencionais traz consigo a indesejável diminuição na relação sinal/ruído.

No caso particular de sistemas não-lineares incertos, uma abordagem freqüente é a utilização de observadores de alto ganho (HGO – *High Gain Observer*). Apesar de sua comprovada capacidade de preservar a performance de controladores que necessitem conhecimento pleno das variáveis de estado [61], esta estratégia mostrou-se sensível à presença de ruído em avaliações experimentais [24].

Uma alternativa apresentada recentemente [62], consiste em um algoritmo de diferenciação por modos deslizantes de segunda ordem (2-SMD – *Second-order Sliding Mode Differentiator*). Resultados teóricos [23, 63] e avaliações experimentais [24] comprovam a robustez e o ótimo desempenho desta metodologia.

Assim, dado um sinal conhecido  $x = f(t)$ , o objetivo do referido algoritmo é estimar o sinal  $\dot{\nu}_0$ , de modo que a igualdade  $\nu_0 - x = 0$  seja mantida para  $\forall t \geq t_{\nu_0}$ , onde  $0 \leq t < t_{\nu_0}$  representa o intervalo de convergência do algoritmo.

Deste modo, fazendo  $\varepsilon = \nu_0 - x$ , a derivada de  $f$  pode ser estimada, segundo o

2-SMD, por:

$$\dot{\nu}_0 = \nu_1 - \vartheta_0 |\varepsilon|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(\varepsilon) \quad (5.1)$$

$$\dot{\nu}_1 = -\vartheta_1 \operatorname{sgn}(\varepsilon) \quad (5.2)$$

Conforme demonstrado em [62], as condições suficientes para garantir a convergência de  $\dot{\nu}_0$  a  $\dot{x} = \dot{f}(t)$  são:

$$\vartheta_1 > \mathcal{C} \quad (5.3)$$

$$\vartheta_0^2 > 4\mathcal{C} \frac{\vartheta_1 + \mathcal{C}}{\vartheta_1 - \mathcal{C}} \quad (5.4)$$

onde  $\mathcal{C} > 0$  é a constante associada à função de Lipschitz<sup>1</sup>  $f$ .

**Definição 5.1** *Uma função  $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  é dita de Lipschitz quando existe uma constante  $\mathcal{C} > 0$ , tal que  $x, y \in \mathcal{X} \Rightarrow |f(x) - f(y)| \leq \mathcal{C} |x - y|$  [27].*

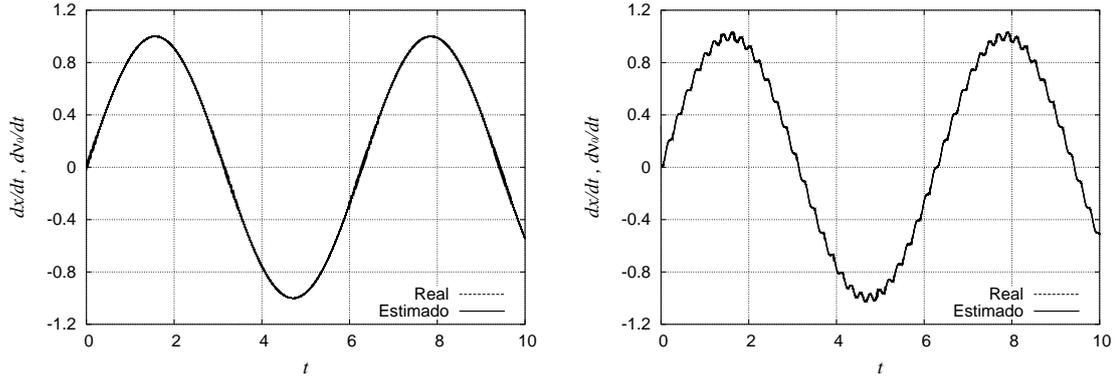
Para ilustrar a eficácia deste algoritmo de diferenciação, considere o problema de obter a derivada de um dado sinal  $x$ , cujos valores em instantes  $t_i$  são conhecidos, porém determinados por uma função desconhecida  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ . Aplicando o 2-SMD, o valor de  $\dot{x}$  pode ser estimado através de  $\dot{\nu}_0$ , equação (5.1).

A seguir, são apresentados dois resultados obtidos em simulações numéricas, Figura 5.1. O algoritmo foi implementado computacionalmente em C, e as simulações realizadas a uma taxa de 10 kHz. Os valores de  $\nu_0$  e  $\nu_1$ , necessários à implementação do 2-SMD, foram computados pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Para os parâmetros  $\mathcal{C}$  e  $\vartheta_1$ , foram adotados  $\mathcal{C} = 1,1$  e  $\vartheta_1 = 1,2$ .

Os resultados obtidos para  $f(t) = 1 - \cos t$  e  $f(t) = 1 - \cos t - 0,001 \cos 30t$  são apresentados, respectivamente, na Figura 5.1(a) e na Figura 5.1(b). No segundo caso,  $f(t) = 1 - \cos t + 0,001 \cos 30t$ , o termo  $0,001 \cos 30t$  foi acrescido ao valor da função  $f(t)$  para avaliar o desempenho do algoritmo na presença de ruído. Em ambos as situações pode-se verificar claramente a boa performance do algoritmo 2-SMD.

---

<sup>1</sup>Rudolf Otto Sigismund Lipschitz (1832–1903) – Matemático alemão.



(a)  $\dot{f}(t) = \text{sen } t$ .

(b)  $\dot{f}(t) = \text{sen } t - 0,03 \text{ sen } 30t$ .

Figura 5.1: Resultados obtidos com o 2-SMD.

## 5.2 Compensação da dinâmica dos propulsores

Conforme mencionado anteriormente, a dinâmica do sistema de propulsão exerce grande influência sobre o comportamento dinâmico dos veículos robóticos submarinos, e sua consideração é de vital importância no desenvolvimento de um sistema de controle eficiente para esta classe de veículos [60].

Tradicionalmente utiliza-se algum modelo estático do propulsor para estimar diretamente a tensão necessária à produção do empuxo desejado, de modo de que a trajetória pré-estabelecida possa ser executada. Esta estratégia apresenta como principais vantagens a simplicidade e o fato de não necessitar que a velocidade de rotação do hélice seja medida. Entretanto, sua utilização deve estar condicionada à obtenção de um modelo matemático preciso para os propulsores. A adoção simplesmente de modelos disponíveis na literatura, mas que não sejam perfeitamente adequados aos propulsores do veículo em questão, pode comprometer o desempenho do seu sistema de posicionamento dinâmico [47]. Ressalta-se ainda que, por não incorporar os efeitos da dinâmica do propulsor, esta estratégia também provoca a degradação do controlador do veículo, como será visto a seguir.

Com o intuito de facilitar a análise do efeito da dinâmica dos propulsores, considere novamente o modelo de apenas um grau de liberdade do veículo, com parâmetros perfeitamente conhecidos:

$$M\ddot{x} + C_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| = \tau \quad (5.5)$$

A adoção, a princípio, de um modelo simplificado tem por objetivo permitir a investigação da real influência do sistema de propulsão sobre veículo, a qual de outro modo seria mascarada por efeitos de acoplamento cruzado e por demais perturbações.

Deste modo, sendo os parâmetros do modelo conhecidos com exatidão, pode-se aplicar ao problema o método de linearização por realimentação, através do qual chega-se a seguinte lei de controle (vide Capítulo 2):

$$\tau = C_D \frac{1}{2} \rho A \dot{x} |\dot{x}| + M(\ddot{x}_d - 2\lambda \dot{x} - \lambda^2 \tilde{x}) \quad (5.6)$$

onde  $\tau$  é a força de propulsão total necessária à execução da trajetória pré-estabelecida. Dada a propulsão total  $\tau$ , pode-se então calcular o empuxo a ser produzido por cada propulsor:

$$F_d = \frac{\tau}{N_d} \quad (5.7)$$

onde  $N_d$  representa o número de propulsores disponíveis para atuar na direção desejada. Destaca-se que, por simplificação, considera-se que os  $N_d$  propulsores sejam idênticos.

Assim, conhecendo-se a força de propulsão desejada e supondo que os parâmetros da zona-morta sejam perfeitamente conhecidos, pode-se construir uma função inversa da zona-morta, a fim de definir a velocidade de rotação necessária ( $\Omega_d$ ) à produção do empuxo requerido.

Com base nas equações (4.11) e (4.15), apresentadas no Capítulo 4, o modelo dinâmico dos propulsores será então reescrito conforme apresentado a seguir:

$$a\dot{\Omega} + b\Omega + c\Omega|\Omega| = u \quad (5.8)$$

onde  $\Omega$  é a velocidade de rotação do hélice,  $u$  é a tensão fornecida ao motor,  $a = k_t^{-1} R_m J_{meh}$ ,  $b = k_t^{-1} R_m k_f$  e  $c = k_t^{-1} R_m k_h$ .

Portanto, desprezando a dinâmica do sistema de propulsão e admitindo que os coeficientes  $b$  e  $c$  sejam conhecidos, pode-se estimar diretamente a tensão que deve ser fornecida a cada um dos  $N_d$  propulsores:

$$u = b\Omega_d + c\Omega_d|\Omega_d| \quad (5.9)$$

Esta estratégia de controle, baseada no modelo estático dos propulsores, será aqui chamada de FFTC (*Feed-Forward Thrust Controller*). O diagrama de blocos do sistema

de posicionamento dinâmico de um ROV (*Remotely Operated underwater Vehicle*), utilizando o FFTC para estimar a tensão a ser fornecida aos propulsores, é apresentado na Figura 5.2.

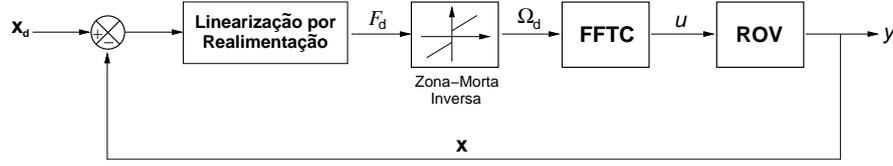


Figura 5.2: Diagrama de blocos do controlador com FFTC.

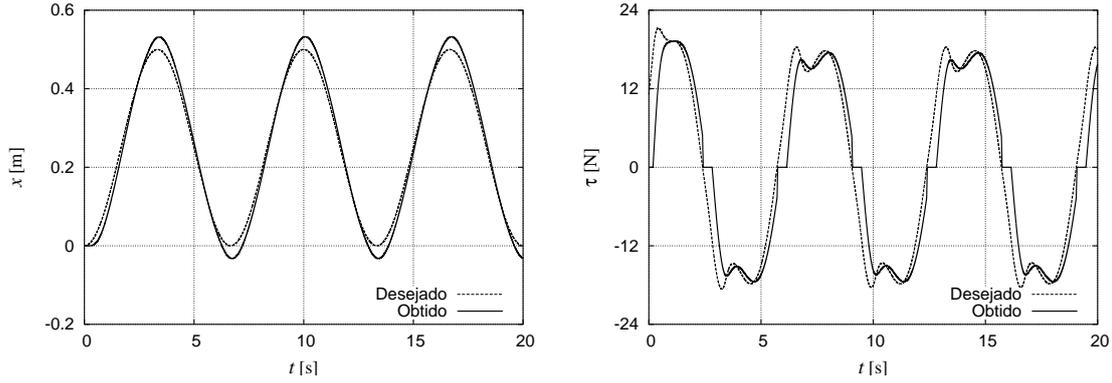
Para avaliar a performance do controlador resultante, foram realizadas algumas simulações numéricas com o modelo dinâmico do veículo, e considerando a existência de quatro propulsores disponíveis para atuar na direção desejada,  $N_d = 4$ . Esta escolha se baseou na configuração do ROV AEGIR. As simulações foram realizadas a uma taxa de 1 kHz para o simulador e 500 Hz para o controlador. Os valores dos coeficientes adotados para o modelo do ROV foram  $M = 50$  kg,  $A = 0,25$  m<sup>2</sup>,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup> e  $C_D = 2$ . Para os propulsores foram escolhidos valores baseados nos parâmetros levantados experimentalmente para o ROV AEGIR,  $m = 4,5 \times 10^{-5}$  Ns<sup>2</sup>/rad<sup>2</sup>,  $\delta_r = -\delta_l = 4 \times 10^4$  rad<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,  $a = 10^{-2}$  Vs<sup>2</sup>/rad,  $b = 4 \times 10^{-2}$  Vs/rad e  $c = 1,4 \times 10^{-5}$  Vs<sup>2</sup>/rad<sup>2</sup>. Para o controlador foi escolhido  $\lambda = 1,5$ .

Ressalta-se ainda que, com o intuito de tornar a simulação mais realística, foi introduzido um limitador de tensão no algoritmo de controle, a fim de que a variável manipulada  $u$  não ultrapassasse o valor de 24 V, o que em eventuais aplicações práticas poderia provocar o dano dos motores DC que equipam os propulsores.

Na Figura 5.3 apresenta-se os resultados obtidos para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

Pela Figura 5.3 pode-se verificar que, mesmo considerando conhecimento pleno da dinâmica do sistema veículo/propulsores e de todos os parâmetros envolvidos, a metodologia adotada não foi suficiente para garantir o rastreamento da trajetória proposta. Isto demonstra que a adoção de uma estratégia baseada puramente no modelo estático dos propulsores não é capaz de lidar com os efeitos da dinâmica do sistema de propulsão.

Este fato é ainda mais preocupante em operações reais com veículos robóticos submarinos, tendo em vista que a obtenção de modelos matemáticos absolutamente precisos para os propulsores dificilmente pode ser conseguida na prática.



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Força de propulsão total.

Figura 5.3: Resultados obtidos via linearização por realimentação e com o FFTC para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

Deste modo, sugere-se a adoção de uma metodologia de compensação por realimentação para evitar a degradação na performance do controlador do veículo. Devido a sua já comprovada eficiência e robustez, será adotada uma estratégia baseada no controle por modos deslizantes, a qual consiste de um algoritmo realimentado pela velocidade de rotação do hélice.

Assim, com base na teoria do controle por modos deslizantes, apresentada no Capítulo 2, propõem-se a seguinte lei para calcular a tensão a ser fornecida aos propulsores:

$$u = \hat{c}\Omega|\Omega| + \hat{b}\Omega + \hat{a}\dot{\Omega}_d - \kappa \text{sat}\left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right) \quad (5.10)$$

onde  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  e  $\hat{c}$  são, respectivamente, estimativas dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ ,  $\kappa$  é o ganho do compensador,  $\epsilon$  é a espessura da camada limite associada à lei de compensação e  $\sigma = \Omega - \Omega_d$ .

Na Figura 5.4 apresenta-se o diagrama de blocos do sistema de posicionamento dinâmico, ao qual foi incorporado um algoritmo realimentado para compensar a dinâmica dos propulsores, aqui denominado SMTC (*Sliding Mode Thrust Controller*).

Ao avaliar a equação (5.10), verifica-se a necessidade de que tanto a velocidade de rotação do hélice ( $\Omega$ ) quanto a velocidade desejada ( $\Omega_d$ ), bem como sua respectiva derivada ( $\dot{\Omega}_d$ ), devem estar disponíveis para o algoritmo de compensação. A velocidade de rotação ( $\Omega$ ) é assumida como conhecida, tendo em vista que ela pode ser facilmente

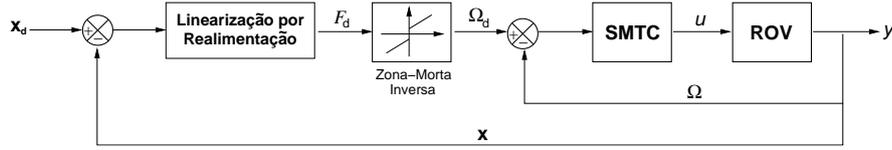


Figura 5.4: Diagrama de blocos do controlador com SMTC.

estimada através de sensores acoplados ao eixo do motor. Logicamente a velocidade desejada ( $\Omega_d$ ) também é conhecida. Já a sua derivada,  $\dot{\Omega}_d$ , não está disponível, havendo portanto a necessidade de que ela seja estimada. Por ter demonstrado bom desempenho na tarefa de derivação numérica, será empregado o 2-SMD para estimar  $\dot{\Omega}_d$ .

Com relação ao modelo dinâmico dos propulsores, as hipóteses a seguir são ainda fisicamente justificáveis:

**Hipótese 5.1** *Os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são desconhecidos e variantes no tempo, porém limitados e positivos.*

**Hipótese 5.2** *O valor absoluto da velocidade de rotação do hélice ( $|\Omega|$ ) é limitado por uma dada constante positiva e conhecida  $W > 0$ ,  $|\Omega| \leq W$ .*

A Hipótese 5.2 pode ser tranqüilamente assumida, tendo em vista que a tensão máxima fornecida aos propulsores é limitada,  $u \leq 24$  V, e a Hipótese 5.1 está de pleno acordo com as observações experimentais obtidas em laboratório.

**Observação 5.1** *Pela Hipótese 5.1, é coerente que o coeficiente  $\hat{a}$  seja estimado por média geométrica,  $\hat{a} = \sqrt{a_{\max}a_{\min}}$ .*

**Observação 5.2** *Considerando as hipóteses 5.2 e 5.1, pode-se verificar que:*

$$\left| (\hat{c} - c)\Omega|\Omega| + (\hat{b} - b)\Omega \right| \leq \mathcal{W}$$

onde  $\mathcal{W} > 0$  é uma constante positiva e conhecida.

Deste modo, sendo  $\mu$  uma constante positiva relacionada à velocidade de convergência e  $\mathcal{A} = \sqrt{a_{\max}/a_{\min}}$ , o Teorema 5.1 garante a estabilidade do algoritmo de compensação proposto.

**Teorema 5.1** *Seja o sistema dinâmico em malha fechada formado pelas equações (5.8) e (5.10). Então, sendo o ganho  $\kappa$  definido conforme  $\kappa \geq \mathcal{W} + \hat{a}\mathcal{A}\mu + \hat{a}(\mathcal{A} - 1)|\dot{\Omega}_d|$ , a lei de compensação proposta na equação (5.10) garante a convergência do erro  $\sigma$  a  $S_\epsilon = \{\Omega \mid |\sigma| \leq \epsilon\}$  em um intervalo de tempo finito  $0 \leq t \leq t_\epsilon$ .*

**Demonstração:** Seja a função positiva definida  $V$ , candidata a função de Liapunov:

$$V(t) = \frac{1}{2}\sigma_\epsilon^2 \quad (5.11)$$

onde  $\sigma_\epsilon$  representa a distância do estado atual até  $S_\epsilon$ , e será definida por:

$$\sigma_\epsilon = \sigma - \epsilon \text{ sat}(\sigma/\epsilon) \quad (5.12)$$

Observando que  $\sigma_\epsilon = 0$  no interior de  $S_\epsilon$  e que  $\dot{\sigma}_\epsilon = \dot{\sigma}$ , temos  $\dot{V}(t) = 0$  em  $S_\epsilon$ , e do lado de fora:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sigma_\epsilon \dot{\sigma}_\epsilon = \dot{\sigma} \sigma_\epsilon = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_d) \sigma_\epsilon \\ &= [a^{-1}(-b\Omega - c\Omega|\Omega| + u) - \dot{\Omega}_d] \sigma_\epsilon \end{aligned}$$

Lembrando que  $u = \hat{c}\Omega|\Omega| + \hat{b}\Omega + \hat{a}\dot{\Omega}_d - \kappa \text{sgn}(\sigma)$  do lado de fora de  $S_\epsilon$ , a derivada de  $\dot{\sigma}$  pode, nestas condições, ser escrita na forma:

$$\dot{\sigma} = a^{-1}[(\hat{c} - c)\Omega|\Omega| + (\hat{b} - b)\Omega + (\hat{a} - a)\dot{\Omega}_d - \kappa \text{sgn}(\sigma)] \quad (5.13)$$

Deste modo, retornando a  $\dot{V}$ , temos:

$$\dot{V}(t) = a^{-1}[(\hat{c} - c)\Omega|\Omega| + (\hat{b} - b)\Omega + (\hat{a} - a)\dot{\Omega}_d - \kappa \text{sgn}(\sigma)] \sigma_\epsilon$$

Pela Observação 5.1 pode-se facilmente inferir que  $\mathcal{A}^{-1} \leq \hat{a}/a \leq \mathcal{A}$ . Assim, considerando a Hipótese 5.1 e as observações 5.1 e 5.2, e definindo o ganho  $\kappa$  conforme:

$$\kappa \geq \mathcal{W} + \hat{a}\mathcal{A}\mu + \hat{a}(\mathcal{A} - 1)|\dot{\Omega}_d| \quad (5.14)$$

chega-se a:

$$\dot{V}(t) \leq -\mu|\sigma_\epsilon| \quad (5.15)$$

o que implica em  $V(t) \leq V(0)$ , e portanto, que  $\sigma_\epsilon$  é limitado. Pela definição de  $\sigma_\epsilon$ , equação (5.12), pode-se concluir que  $\sigma$  é limitado. Assumindo  $\dot{\Omega}_d$  como limitada, temos pela equação (5.13), que  $\dot{\sigma}$  também é limitado.

Integrando ambos os lados da inequação (5.15) no intervalo  $0 \leq t \leq t_\epsilon$  e lembrando que  $\sigma(t_\epsilon) = 0$ , podemos ainda inferir o tempo necessário para que o conjunto invariante  $S_\epsilon$  seja alcançado:

$$t_\epsilon \leq \frac{|\sigma_\epsilon(t=0)|}{\mu} \quad (5.16)$$

o que garante a convergência do erro  $\sigma$  a  $S_\epsilon = \{\Omega \mid |\sigma| \leq \epsilon\}$  em um intervalo de tempo finito, inferior a  $t_\epsilon$ , e completa a demonstração.  $\square$

Deste modo, considere novamente o problema de rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m, abordado anteriormente com o auxílio do FFTC (*Feed-Forward Thrust Controller*).

No entanto, para avaliar a performance e a robustez do controlador resultante, os coeficientes do modelo dinâmico do propulsor são agora considerados desconhecidos e variantes no tempo,  $a = 10^{-2}\xi$  Vs<sup>2</sup>/rad,  $b = 4 \times 10^{-2}\xi$  Vs/rad e  $c = 1,4 \times 10^{-5}\xi$  Vs<sup>2</sup>/rad<sup>2</sup>, onde  $\xi = [1 + 0,25 \text{ sen}(|x|t)]$ .

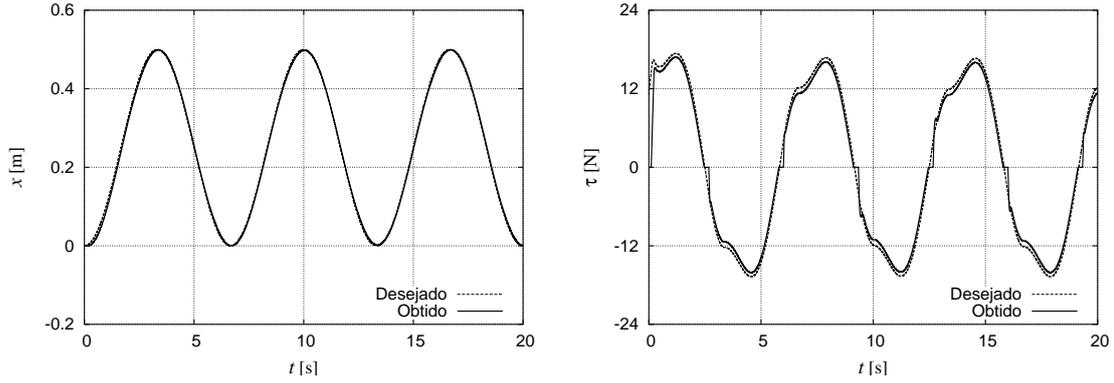
Com o objetivo de demonstrar ainda a robustez do algoritmo frente a incertezas não estruturadas (dinâmica não modelada), o termo  $b\Omega$  foi intencionalmente omitido da estrutura do compensador. Os parâmetros adotados foram:  $\mathcal{W} = 6$ ,  $\mathcal{A} = 1,3$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $\epsilon = 15$  rad/s,  $\hat{a} = 0,97 \times 10^{-2}$  Vs<sup>2</sup>/rad e  $\hat{c} = 1,1 \times 10^{-4}$  Vs<sup>2</sup>/rad<sup>2</sup>.

Para o 2-SMD, utilizado para estimar  $\dot{\Omega}_d$ , foram escolhidos  $\mathcal{C} = 500$  e  $\vartheta_1 = 600$ .

Na Figura 5.3 apresenta-se os resultados obtidos com o sistema de posicionamento dinâmico, utilizando desta vez o SMTC. Os demais parâmetros não mencionados receberam os mesmos valores atribuídos nas simulações com o FFTC.

Observando a Figura 5.5 verifica-se claramente que a adoção de uma estratégia de compensação permitiu um aumento significativo no desempenho do sistema de posicionamento dinâmico. Destaca-se que mesmo havendo fortes incertezas no modelo dos propulsores, o SMTC foi capaz de compensar os efeitos da dinâmica dos propulsores, garantindo o rastreamento da trajetória desejada.

Todavia, é importante ressaltar que o rastreamento só foi possível pois não foram consideradas incertezas no modelo dinâmico do veículo. Os coeficientes do modelo foram tratados como sendo perfeitamente conhecidos, e as possíveis perturbações provocadas pelo cabo umbilical e pelas correntes marinhas não foram incorporadas.



(a) Variável de estado  $x$ .

(b) Força de propulsão total.

Figura 5.5: Resultados obtidos via linearização por realimentação e com o SMTC para o rastreamento da trajetória  $x_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

Deste modo, em operações reais com um veículo robótico submarino, a estratégia de linearização por realimentação não deve ser utilizada, devendo portanto ser substituída por um sistema de controle robusto, o qual seja capaz de lidar com as incertezas típicas do seu ambiente de operação.

### 5.3 Controle robusto adaptativo de ROVs

O controle de posição e orientação de veículos robóticos submarinos representa em sua essência um problema de controle multivariável. No entanto, conforme demonstrado em [64], a metodologia de controle a estrutura variável permite que controladores sejam projetados isoladamente para cada grau de liberdade. Estratégias descentralizadas de controle têm sido aplicadas com sucesso ao posicionamento dinâmico de ROVs [7–10].

Deste modo, considerando que se deseja controlar o veículo em relação ao referencial inercial, e lembrando (vide Capítulo 4) que:

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{x}} \quad (5.17)$$

onde  $\mathbf{x} = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$  representa a posição e a orientação do veículo no referencial inercial,  $\boldsymbol{\nu} = [v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  é o vetor contendo as velocidades lineares e angulares no referencial fixo ao corpo,  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  é o Jacobiano da transformação e  $\mathbf{q} = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ .

Pela equação (5.17), pode-se facilmente verificar que:

$$\dot{\boldsymbol{v}} = \dot{\mathbf{J}}^{-1}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}^{-1}\ddot{\mathbf{x}} \quad (5.18)$$

Portanto, as equações de movimento de um veículo submarino, apresentadas anteriormente no referencial fixo ao corpo (4.3), podem então ser reescritas no referencial inercial:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{k}} + \bar{\mathbf{h}} + \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{p}} = \bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (5.19)$$

onde  $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{M}\mathbf{J}^{-1}$ ,  $\bar{\mathbf{k}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{k} + \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{M}\dot{\mathbf{J}}^{-1}\dot{\mathbf{x}}$ ,  $\bar{\mathbf{h}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{h}$ ,  $\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{g}$ ,  $\bar{\mathbf{p}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\mathbf{p}$  e  $\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{J}^{-\text{T}}\boldsymbol{\tau}$ .

No caso particular de veículos submarinos remotamente operados (ROVs), a maioria dos veículos são projetados de modo que os ângulos de joga (*roll*) e de arfagem (*pitch*) sejam estabilizados passivamente. Este objetivo pode ser facilmente atingido, fazendo com que a distância entre o centro de flutuação e o centro de gravidade seja grande o suficiente, a fim de que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  permaneçam pequenos, ou seja,  $\alpha \approx 0$  e  $\beta \approx 0$ .

A auto-estabilização dos ângulos de joga e arfagem permite a redução de ordem do modelo para quatro graus de liberdade,  $\mathbf{x} = [x, y, z, \gamma]^{\text{T}}$ , e ainda que o movimento vertical do ROV seja desacoplado. Esta simplificação é adotada na maioria dos trabalhos, tanto teóricos quanto experimentais, apresentados na literatura [4, 8–10, 16, 41, 42].

Assim, a tarefa de posicionamento dinâmico de um ROV pode então ser dividida em duas partes isoladas, controle de profundidade (relacionado à variável  $z$ ) e controle no plano  $XY$  (variáveis  $x$ ,  $y$  e  $\gamma$ ).

Destaca-se ainda que, seguindo a parametrização adotada com base nos ângulos de Euler, o Jacobiano associado ao movimento no plano  $XY$  pode então ser expresso por:

$$\mathbf{J}(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\text{sen } \gamma & 0 \\ \text{sen } \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

onde  $\mathbf{J}(\gamma)$  é ortogonal, e portanto  $\mathbf{J}^{-1}(\gamma) = \mathbf{J}^{\text{T}}(\gamma)$ .

Deste modo, dadas as características do sistema a ser controlado, assumindo que as forças de restauração sejam previamente compensadas [9] e considerando ainda a

existência de não-linearidades do tipo zona-morta na relação entre velocidade de rotação do hélice e força de propulsão obtida, propõem-se para o posicionamento dinâmico de ROV um conjunto de quatro controladores AFSMC (*Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller*), proposto no Capítulo 3:

$$\bar{\tau}_i = \hat{k}_i + \hat{h}_i + \hat{m}_i (\ddot{x}_{di} - \lambda_i \dot{\tilde{x}}_i) + \hat{d}_i(\hat{\tau}_i) - K_i \text{sat} \left( \frac{s_i}{\phi_i} \right), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.21)$$

onde  $\bar{\tau}_i$  representa as componentes do vetor  $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ ,  $\hat{k}_i$  e  $\hat{h}_i$  são, respectivamente, as componentes dos vetores  $\hat{\mathbf{k}}$  e  $\hat{\mathbf{h}}$ , que por sua vez são estimativas dos vetores  $\bar{\mathbf{k}}$  e  $\bar{\mathbf{h}}$ . Ao valor de  $\hat{m}_i$  atribui-se, no controlador de profundidade, a massa do veículo mais uma estimativa da massa adicional hidrodinâmica em relação a  $z$ . Para o movimento no plano  $XY$ , são atribuídas estimativas dos termos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{J}^{-T} \mathbf{M} \mathbf{J}^{-1}$ , sendo  $\mathbf{J}$  definido conforme (5.20). Para garantir a estabilidade do controlador, as estimativas dos termos que estão fora da diagonal principal devem ser incorporadas ao vetor de perturbações  $\bar{\mathbf{p}}$ , o qual será abordado mais adiante.

Vale ressaltar que a representação dos efeitos hidrodinâmicos (amortecimento quadrático e massa adicional) através de parâmetros concentrados constitui uma simplificação e, portanto, apenas estimativas destes fenômenos estão disponíveis para o controlador. Destaca-se também que devido à presença do termo  $\mathbf{J}^{-T} \mathbf{M} \dot{\mathbf{J}}^{-1} \dot{\mathbf{x}}$ , o vetor  $\bar{\mathbf{k}}$  também não pode ser conhecido com precisão.

Considerando os estados ( $x_i$  e  $\dot{x}_i$ ) e a trajetória desejada  $x_{di}$ , associados a cada um dos quatro graus de liberdade, pode-se determinar o erro de rastreamento  $\tilde{x}_i = x_i - x_{di}$  e o erro combinado  $s_i = \dot{\tilde{x}}_i + \lambda_i \tilde{x}_i$ . Os parâmetros  $\lambda_i$  e  $\phi_i$  de cada um dos quatro controladores podem ser definidos isoladamente de acordo com o grau de liberdade em questão.

É importante lembrar que em operações reais, a posição e a orientação do veículo podem ser medidos com precisão aceitável através de sensores inerciais, acústicos ou com o auxílio de braços passivos (vide Apêndice A), no entanto, o mesmo não pode ser dito para as respectivas velocidades. Uma alternativa atraente é a adoção do algoritmo 2-SMD, discutido no início deste capítulo, para estimar as velocidades necessárias à construção do controlador. Conforme apresentado em [18, 64], no caso de sistemas de controle robustos, a substituição dos estados verdadeiros,  $\mathbf{x}$ , por estados medidos e estimados,  $\mathbf{x}_{me}$ , implica em uma nova superfície de deslizamento  $S_{me}(t)$ . Deste modo,

desde que as medições sejam cautelosamente efetuadas e o observador de estados seja adequadamente projetado para convergir mesmo na presença de incertezas (o que pode ser facilmente obtido com o 2-SMD), pode-se então incorporar as incertezas do estado medido e estimado ao projeto do controlador, e portanto admitir que  $s_{me} \rightarrow s$ , garantindo assim o rastreamento da trajetória [18, 64].

O ganho  $K_i$  de cada controlador deve ser determinado de modo a conferir estabilidade e robustez, o que de acordo com a metodologia proposta (vide Capítulo 3) pode ser obtido desde que a condição a seguir seja atendida:

$$K_i \geq \mathcal{P}_i + \hat{m}_i \mathcal{G}_i \eta_i + |\hat{d}_i(\hat{\tau}_i)| + \hat{m}_i (\mathcal{G}_i - 1) |\ddot{x}_{di} - \lambda_i \dot{\hat{x}}_i| \quad (5.22)$$

onde, sendo  $\hat{m}_i = \sqrt{\bar{m}_{\max} \bar{m}_{\min}}$ , então  $\mathcal{G}_i = \sqrt{\bar{m}_{\max} / \bar{m}_{\min}}$ , o que automaticamente implica em:

$$\mathcal{G}_i^{-1} \leq \frac{\hat{m}_i}{\bar{m}_i} \leq \mathcal{G}_i \quad (5.23)$$

No que diz respeito a  $\mathcal{P}_i$ , este termo deve ser dimensionado para cada controlador, de modo a compensar as incertezas em relação às respectivas componentes dos vetores  $\bar{\mathbf{k}}$ ,  $\bar{\mathbf{h}}$  e componentes do vetor de perturbações  $\bar{\mathbf{p}}$ , ou seja,

$$|\Delta \bar{k}_i + \Delta \bar{h}_i + \bar{p}_i| \leq \mathcal{P}_i \quad (5.24)$$

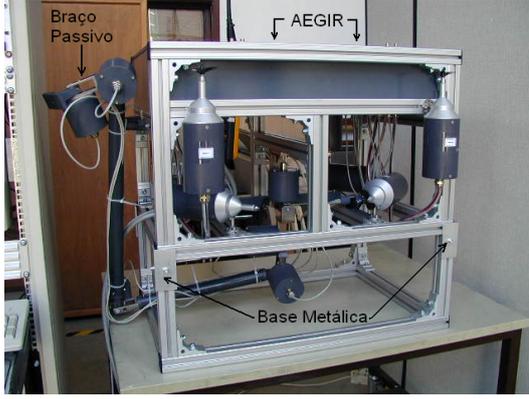
O termo  $\hat{d}_i(\hat{\tau}_i)$ , onde  $\hat{\tau}_i = \hat{k}_i + \hat{h}_i + \hat{m}_i (\ddot{x}_{di} - \lambda_i \dot{\hat{x}}_i)$ , foi incorporado à lei de controle, equação (5.21), com o intuito de compensar os efeitos deletérios provocados pela presença de não-linearidades do tipo zona-morta nos atuadores, e representa a saída de um sistema de inferência nebuloso, matematicamente descrito por:

$$\hat{d}_i(\hat{\tau}_i) = \hat{\mathbf{D}}_i^T \Psi_i(\hat{\tau}_i) \quad (5.25)$$

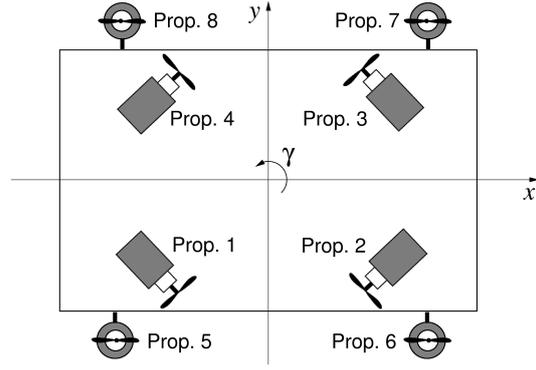
onde, conforme apresentado no Capítulo 3, o vetor  $\hat{\mathbf{D}}_i$  será atualizado de acordo com:

$$\dot{\hat{\mathbf{D}}}_i = -\varphi_i s_i \Psi_i(\hat{\tau}_i) \quad (5.26)$$

Assim, dada a força de propulsão total necessária a cada um dos graus de liberdade,  $\bar{\tau}_i$ , pode-se determinar o empuxo a ser produzido pelos propulsores. Para ilustrar, considere portanto o exemplo do ROV AEGIR, Figura 5.6.



(a) Vista lateral do AEGIR.



(b) Esquema do arranjo no plano  $XY$ .

Figura 5.6: Arranjo dos propulsores do ROV AEGIR.

Como pode ser observado na Figura 5.6, o ROV AEGIR foi projetado para que quatro propulsores estivessem disponíveis para atuar em cada grau de liberdade. Com relação ao plano  $XY$ , o arranjo em  $45^\circ$  permite uma melhor atuação sobre os graus de liberdade  $x$ ,  $y$  e  $\gamma$ , sendo atualmente adotado por grande parte dos ROVs.

Deste modo, lembrando que  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}\mathbf{F}_p$  (vide Capítulo 4), temos que o empuxo de cada um dos quatro propulsores dispostos no plano  $XY$  pode ser computado por:

$$\mathbf{F}_{p_{xy}} = \mathbf{B}^T(\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{J}(\gamma)^T\bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (5.27)$$

onde  $\bar{\boldsymbol{\tau}} = [\bar{\tau}_x, \bar{\tau}_y, \bar{\tau}_\gamma]^T$  e  $\mathbf{B}^T(\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$  é a pseudo-inversa da matriz  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ , a qual por sua vez é responsável pela distribuição das forças de propulsão sobre o veículo.

No que diz respeito aos propulsores verticais, o empuxo necessário pode ser diretamente calculado por  $F_{p_z} = \bar{\tau}_z/4$ .

Assim, para avaliar o desempenho e a robustez do controlador proposto foram realizadas simulações numéricas com um modelo dinâmico, cujos parâmetros se baseiam em valores levantados experimentalmente, e que se encontram disponíveis em [41]. Para o sistema de propulsão foram adotados coeficientes baseados nos testes realizados com os propulsores do ROV AEGIR, os quais inclusive foram anteriormente utilizados na seção 5.2.

Tendo em vista que a maioria dos ROVs são projetados para que os ângulos de jogo ( $\alpha$ ) e de arfagem ( $\beta$ ) sejam auto-estabilizáveis, o modelo implementado levou em consideração apenas os quatro graus de liberdade  $\mathbf{x} = [x, y, z, \gamma]^T$ .

Para a realização das simulações, tanto o modelo do veículo quanto as equações do controlador foram computacionalmente implementados em C. As equações diferenciais do modelo foram numericamente integradas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

Para o projeto do controlador, considerou-se a zona-morta dos propulsores como sendo desconhecida e uma incerteza de  $\pm 25\%$  nos parâmetros do veículo. Para simplificar o projeto, os parâmetros  $\lambda_i = 0,6$ ,  $\phi_i = 0,05$  e  $\varphi_i = 1 \times 10^3$  foram idênticos para os quatro graus de liberdade. Para os sistemas de inferência nebulosos e adaptativos encarregados de estimar os valores de  $\hat{d}_i(\hat{\tau}_i)$  foram adotadas funções de pertinência triangulares e trapezoidais (extremidades). Os valores centrais adotados para estas funções de pertinência foram  $C_i = \{-3; -1; -0,5; 0; 0,5; 1; 3\}$ .

Os vetores de parâmetros ajustáveis de cada sistema de inferência nebuloso foram inicializados com o valor zero,  $\hat{\mathbf{D}}_i = \mathbf{0}$ , sendo então atualizado a cada iteração de acordo com a equação (5.26).

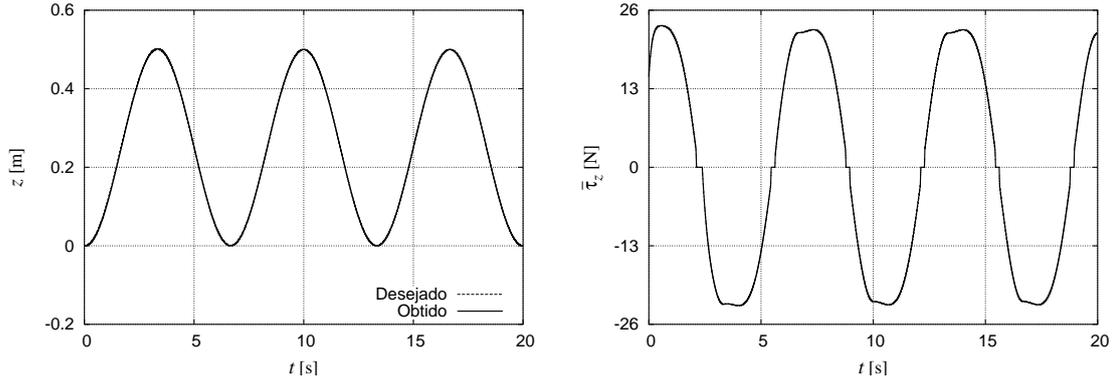
Com relação ao modelo dinâmico, a princípio assumiu-se a ausência de distúrbios e perturbações externas e os parâmetros do veículo como sendo desconhecidos, porém constantes. Para a matriz de massa total (inércia de corpo rígido e massa adicional hidrodinâmica) adotou-se  $\mathbf{M} = \text{diag}\{80 \text{ kg}, 80 \text{ kg}, 100 \text{ kg}, 8 \text{ kg m}^2\}$ . O amortecimento quadrático hidrodinâmico foi implementado de modo simplificado por  $\mathbf{h} = [125 v_x |v_x|, 175 v_y |v_y|, 250 v_z |v_z|, 12,5 \omega_z |\omega_z|]^T$ . Vale lembrar que tanto  $\mathbf{M}$  quanto  $\mathbf{h}$  estão relacionados com o referencial fixo ao corpo do veículo.

Assim, considerando inicialmente o controle de profundidade do ROV, são apresentados na Figura 5.7 os resultados obtidos com o controlador proposto, aqui denominado por AFSMC, para o rastreamento da trajetória  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

Como pode ser visto na Figura 5.7, o AFSMC garantiu o rastreamento da trajetória pré-estabelecida, mesmo considerando a existência de não-linearidades do tipo zona-morta nos propulsores.

Para melhor avaliar o desempenho da estratégia proposta, o erro associado ao rastreamento da trajetória  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m foi comparado com o erro obtido por um controlador baseado na metodologia convencional de controle por modos deslizantes (SMC). Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.8.

Pela comparação dos erros de rastreamento obtidos com os dois controladores, Figura 5.8, pode-se verificar a performance superior da metodologia proposta neste trabalho.



(a) Variável de estado  $z$ .

(b) Força de propulsão total  $\bar{\tau}_z$ .

Figura 5.7: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

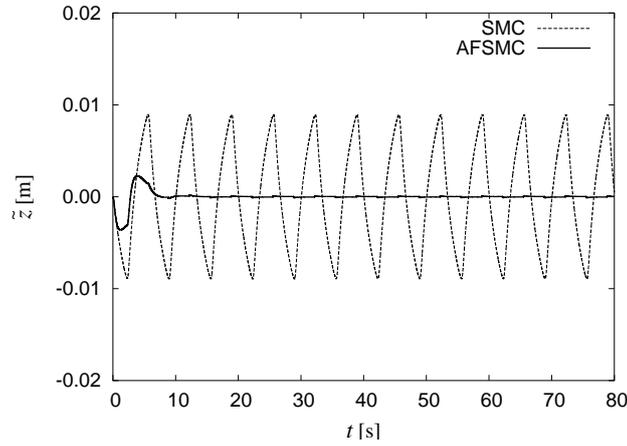


Figura 5.8: Comparação do erro obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

Tendo em vista o alto custo dos ROVs e, por conseguinte, a necessidade de garantir seu posicionamento dinâmico em manobras realizadas nas proximidades de estruturas subaquáticas, mesmo em condições mais severas de operação, considerou-se também que os parâmetros do veículo sofriam uma variação no tempo de  $\pm 25\%$  e que o ROV estava sujeito a perturbações aleatórias da ordem de  $\pm 3$  N. O caráter aleatório das perturbações foi obtido com o auxílio das funções `rand()` e `srand()` da biblioteca padrão da linguagem C. Para simular a variação dos parâmetros no tempo, todos os coeficientes do modelo foram multiplicados por  $\xi = [1 + 0,25 \sin(|x_i|t)]$ , onde  $x_i$  representa o grau de liberdade relacionado ao parâmetro. Na Figura 5.9 são apresentados os resultados

alcançados para o rastreamento da trajetória  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m.

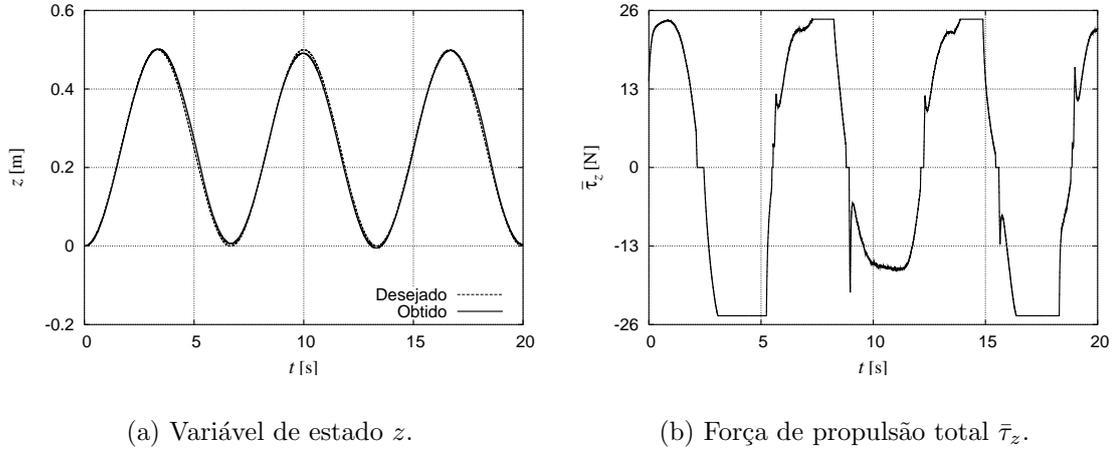


Figura 5.9: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o rastreamento da trajetória  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m, considerando a presença de perturbações aleatórias de  $\pm 3$  N.

Pela Figura 5.9 pode-se verificar que, a despeito dos distúrbios externos e da variação dos parâmetros do modelo no tempo, o controlador proposto apresentou um bom desempenho, garantindo o rastreamento da trajetória.

Comparando novamente os resultados obtidos com o AFSMC e com o *sliding-mode* convencional nestas condições operacionais, Figura 5.10, observa-se mais uma vez a performance superior da estratégia proposta e capacidade de adaptação do sistema de inferência nebuloso, mesmo na presença de fortes incertezas no modelo dinâmico.

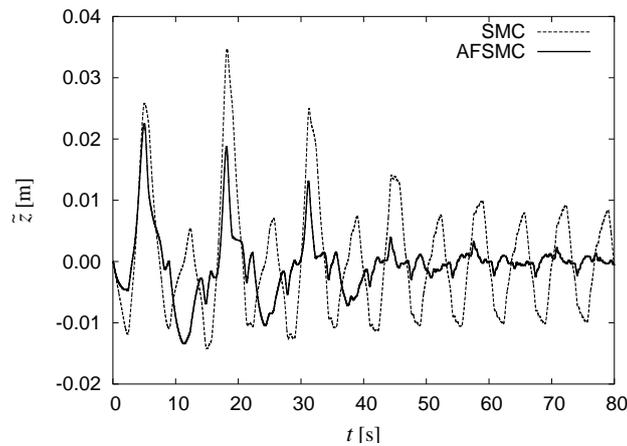


Figura 5.10: Comparação do erro obtido com o controlador proposto (AFSMC) e com o controlador por modos deslizantes convencional (SMC), considerando  $z_d = 0,25[1 - \cos(0,3\pi t)]$  m e a presença de perturbações de  $\pm 3$  N.

Considerando as mesmas condições operacionais, ou seja, variação dos parâmetros do modelo na ordem de  $\pm 25\%$  e perturbações aleatórias de  $\pm 3$  N, pode-se avaliar também a capacidade do AFSMC em controlar o movimento do veículo no plano  $XY$ . Deste modo, considerando que o ROV estivesse em repouso na posição/orientação inicial  $\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0, 0]^T$ , foi estipulado que o veículo se desloca-se para a posição/orientação final desejada  $\mathbf{x}_d = [2.5, 2, 0, \pi/2]^T$  e que nela se mantivesse por tempo indeterminado.

As velocidades de rotação de cada um dos quatro propulsores dispostos no plano  $XY$  associadas ao movimento desejado são apresentadas na Figura 5.11. Destaca-se que a velocidade angular máxima alcançada pelos propulsores,  $\approx 420$  rad/s, está relacionada à tensão máxima admissível que pode ser fornecida aos propulsores, 24 V.

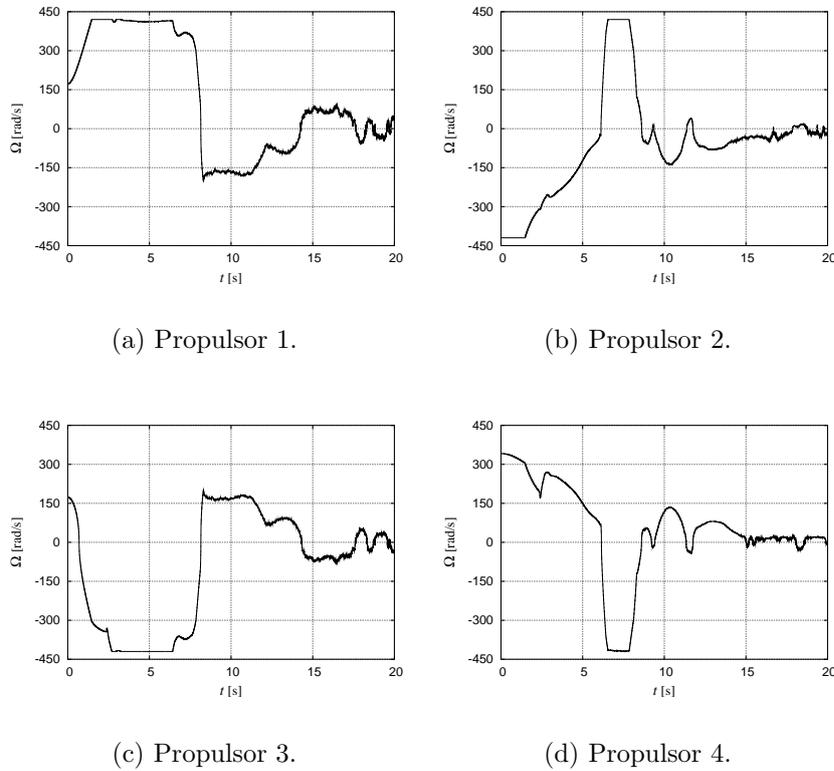
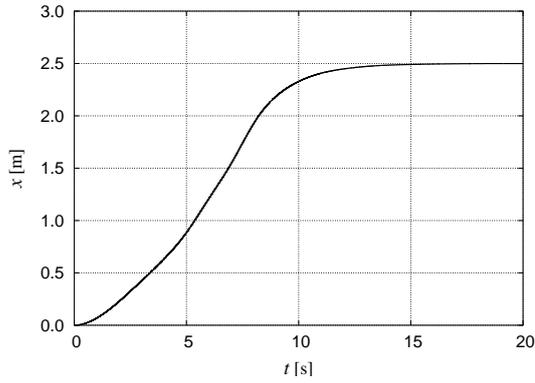
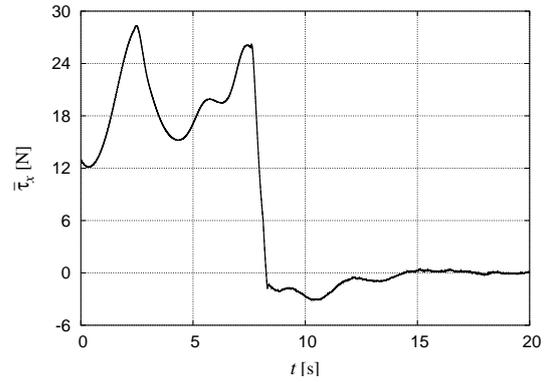


Figura 5.11: Velocidade de rotação dos propulsores associados ao movimento desejado no plano  $XY$ , apresentado na Figura 5.12.

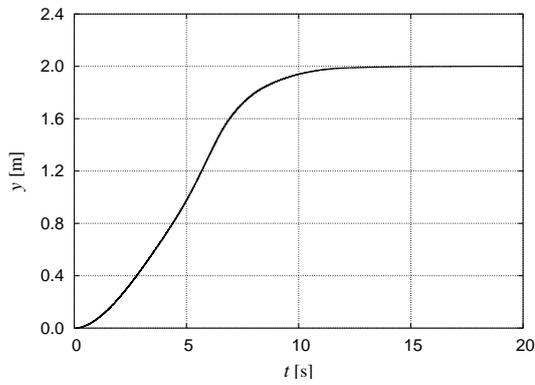
Na Figura 5.12 são apresentados os resultados relativos à posição e à orientação do veículo no plano  $XY$ . Estes resultados confirmam o ótimo desempenho do AFSMC, com relação também ao posicionamento dinâmico no plano. Verifica-se que tanto as posições  $x$  e  $y$  quanto o ângulo de rumo  $\gamma$  (*heading*) desejados foram alcançados e mantidos, mesmo considerando a existência de distúrbios externos.



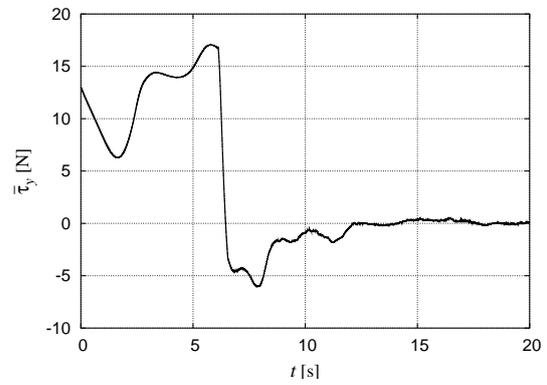
(a) Variável de estado  $x$ .



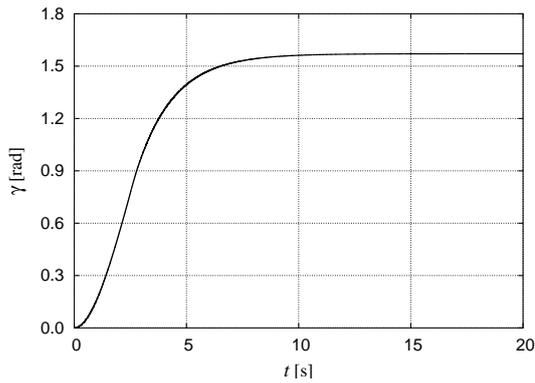
(b) Força de propulsão total  $\bar{\tau}_x$ .



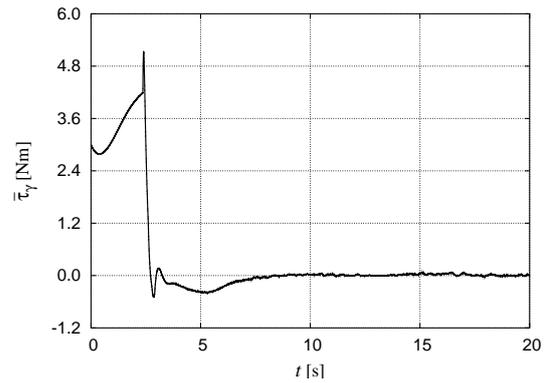
(c) Variável de estado  $y$ .



(d) Força de propulsão total  $\bar{\tau}_y$ .



(e) Variável de estado  $\gamma$ .



(f) Força de propulsão total  $\bar{\tau}_\gamma$ .

Figura 5.12: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o movimento no plano  $XY$ , considerando a presença de perturbações aleatórias de  $\pm 3$  N.

Por fim, avaliou-se ainda a capacidade do controlador proposto (AFSMC) em garantir o posicionamento dinâmico do veículo em movimentos combinados no plano horizontal  $XY$  e ao longo do eixo vertical. Assim, partindo do estado de repouso em  $\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0, 0]^T$ , o ROV foi forçado a se deslocar em seqüência para as posições  $\mathbf{x}_1 = [0, 3, 3, 0]^T$ ,  $\mathbf{x}_2 = [3, 3, 3, 0]^T$ ,  $\mathbf{x}_3 = [3, 3, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{x}_4 = [1, 3, 0, 0]^T$  e  $\mathbf{x}_5 = [1, 1, 0, 0]^T$ , onde  $t_0 = 0$  s,  $t_1 = 30$  s,  $t_2 = 60$  s,  $t_3 = 90$  s,  $t_4 = 120$  s,  $t_5 = 150$  s.

Nesta simulação desejou-se que o ângulo de rumo fosse mantido constante,  $\gamma = 0$ , durante todo o percurso. Os resultados obtidos para este problema combinado de controle de profundidade e posicionamento dinâmico no plano  $XY$  são apresentados a seguir na Figura 5.13 e na Figura 5.14.

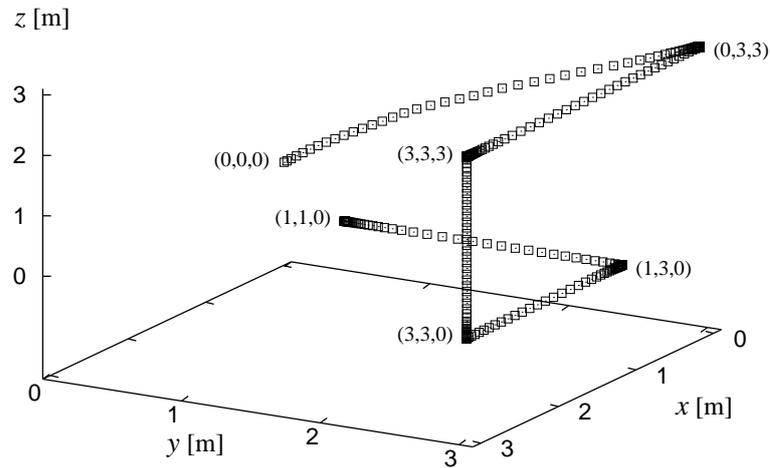
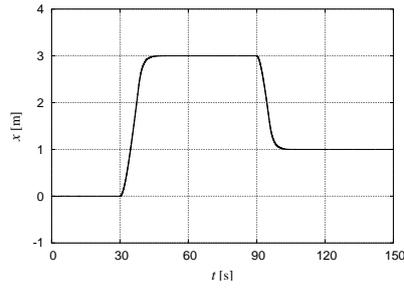


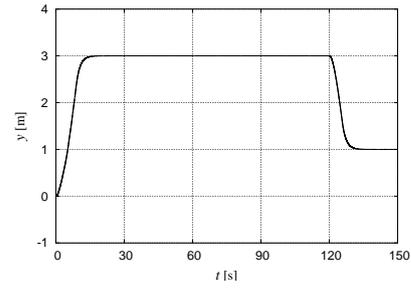
Figura 5.13: Resultados obtidos com o controlador proposto (AFSMC) para o posicionamento dinâmico do ROV no espaço  $\mathbb{R}^3$ , considerando a presença de perturbações aleatórias de  $\pm 3$  N.

Mas uma vez pode-se verificar que o controlador foi capaz de levar o veículo às posições desejadas, mantendo ainda o ângulo de rumo dentro de limites bem inferiores aos limites aceitáveis, definidos pela largura da camada limite ( $\phi_\gamma = 0,05$ ).

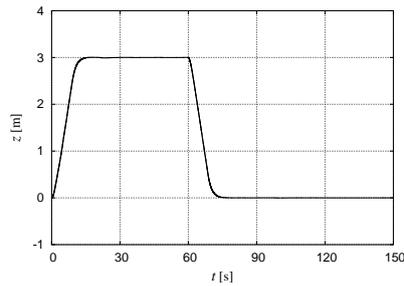
Assim, com base nos resultados provenientes das simulações computacionais realizadas com o modelo dinâmico do ROV, pode-se inferir que o controlador proposto apresentou um bom desempenho, confirmando sua robustez frente às incertezas e perturbações.



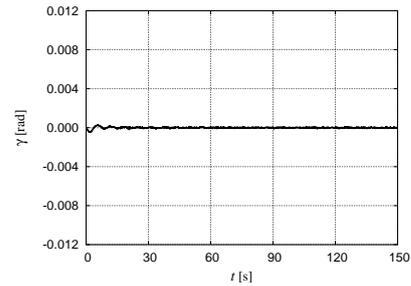
(a) Variável de estado  $x$ .



(b) Variável de estado  $y$ .



(c) Variável de estado  $z$ .



(d) Variável de estado  $\gamma$ .

Figura 5.14: Evolução ao longo do tempo dos graus de liberdade  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $\gamma$ , associados ao problema de posicionamento dinâmico no espaço  $\mathbb{R}^3$ .

No que diz respeito as forças de propulsão totais associadas a cada um dos quatro graus de liberdade,  $\bar{\tau}_x$ ,  $\bar{\tau}_y$ ,  $\bar{\tau}_z$  e  $\bar{\tau}_\gamma$ , pode-se observar ainda nos gráficos apresentados, Figura 5.7(b), Figura 5.9(b), Figura 5.12(b), Figura 5.12(d) e Figura 5.12(f), que a adoção de funções de saturação, ao invés de funções do tipo relé, permitiu que a relação entre a precisão de rastreamento e o *chattering* fosse mantida em níveis aceitáveis.

# Capítulo 6

## Considerações Finais

Neste trabalho foi abordado o problema de posicionamento dinâmico de veículos robóticos submarinos. Conforme discutido no Capítulo 4, o comportamento dinâmico destes veículos caracteriza-se pelas não-linearidades dos efeitos de amortecimento hidrodinâmico, pelas incertezas com relação ao modelo matemático e pelas perturbações externas típicas do ambiente subaquático.

Tendo em vista a existência de não-linearidades do tipo zona-morta na relação entre velocidade de rotação e empuxo produzido pelos propulsores, observada experimentalmente em testes realizados em um canal de ondas com o sistema de propulsão do ROV AEGIR, procurou-se desenvolver uma metodologia que fosse capaz de lidar com as não-linearidades e incertezas do comportamento dinâmico do veículo e ainda com os efeitos deletérios da zona-morta dos propulsores.

Neste sentido, foi apresentado no Capítulo 3 uma metodologia inédita de controle robusto para sistemas dinâmicos não-lineares, incertos e que apresentem não-linearidades de zona-morta nos atuadores. Com o intuito de compensar os efeitos da zona-morta, foi incorporado à estrutura do controlador um sistema de inferência nebuloso e adaptativo. Tanto a estabilidade do algoritmo quanto suas propriedades de convergência foram rigorosamente demonstradas com base na teoria da estabilidade de Liapunov e com o auxílio do lema de Barbalat. Esta metodologia apresenta ainda como vantagem o fato dos parâmetros do controlador poderem ser analiticamente determinados, o que torna extremamente atraente sua aplicação a sistemas dinâmicos que apresentem elevado grau de complexidade, uma vez que nestes casos a escolha dos parâmetros por

tentativa e erro nem sempre leva à determinação dos valores mais adequados. Através de resultados obtidos em simulações numéricas para um sistema dinâmico instável, pôde-se verificar o ótimo desempenho da estratégia proposta. Estes resultados foram ainda comparados com os resultados obtidos pelo método convencional de controle por modos deslizantes, permitindo assim a constatação da superioridade da metodologia aqui apresentada.

No Capítulo 5, a estratégia proposta foi aplicada ao posicionamento dinâmico de veículos submarinos remotamente operados (ROVs). Mediante algumas análises das principais características construtivas desta classe de veículos, foi adotado um modelo dinâmico simplificado que considera apenas os quatro graus de liberdade mais relevantes do veículo. Simplificações semelhantes são freqüentemente adotadas na maioria dos trabalhos apresentados na literatura. Com base em resultados obtidos em simulações computacionais, pôde-se comprovar que o algoritmo de controle proposto adequa-se perfeitamente ao problema em questão, demonstrando mais uma vez sua performance superior, quando comparada à estratégia convencional de controle por modos deslizantes. Com o intuito de avaliar a robustez do algoritmo proposto em condições operacionais adversas, supôs-se que os parâmetros do modelo dinâmico sofriam uma variação no tempo de  $\pm 25\%$  sobre os valores nominais adotados, e também a presença de perturbações aleatórias da ordem de  $\pm 3$  N.

Ainda no Capítulo 5 discutiu-se a adoção de um algoritmo robusto e exato, recentemente apresentado na literatura, para o problema de diferenciação numérica. Este algoritmo tem sido utilizado ultimamente em conjunto com estratégias de controle a estrutura variável, para estimar os estados não mensuráveis.

Em relação ao sistema de propulsão, com base em avaliações experimentais realizadas em um canal de ondas e descritas no Apêndice A, foram propostas no Capítulo 4 algumas modificações ao modelo matemático representativo da dinâmica dos propulsores. Estas modificações levam em consideração efeitos dissipativos normalmente desprezados, provenientes do atrito entre o hélice e a água, e das características eletro-mecânicas deste sub-sistema. Mostrou-se ainda, Capítulo 5, a influência da dinâmica dos propulsores sobre o comportamento dinâmico do veículo e as vantagens da utilização de uma estratégia de compensação por realimentação.

No Apêndice A foram abordadas também as principais características de um veículo

robótico submarino, projetado para funcionar como plataforma de testes experimentais e, deste modo, auxiliar na tarefa de desenvolvimento de novas tecnologias para o setor. O veículo permite inclusive que sua teleoperação seja realizada através da Internet. A metodologia adotada mostrou-se perfeitamente adequada, atingindo com sucesso os objetivos inicialmente propostos. Além de suas inúmeras aplicações em nível de pesquisa, esta tecnologia representa também uma interessante opção para o ramo industrial, podendo ser utilizada, por exemplo, na área de manutenção preditiva e diagnóstico de máquinas.

Como sugestão para eventuais trabalhos posteriores, recomenda-se a avaliação experimental da estratégia de controle proposta. A não-linearidade de zona-morta está presente em diversas aplicações industriais, especialmente naquelas que envolvam atuadores do tipo servo-válvulas hidráulicas ou servo-motores DC. Portanto, a metodologia aqui apresentada pode vir a ser útil não apenas à área de robótica submarina, mas também à qualquer problema de controle que envolva os atuadores supracitados.

# Apêndice A

## Projeto e Construção de um Veículo Robótico Submarino

O progresso conseguido na área de robótica submarina trouxe consigo o aumento do custo destes veículos [5]. Este custo torna restrita, na maioria dos casos, a utilização de ROVs por universidades e grupos de pesquisa, o que dificulta o desenvolvimento de novas tecnologias para o setor. Diversas empresas e institutos vem trabalhando com o intuito de desenvolver sistemas robóticos de baixo custo, que possibilitem sua utilização em pesquisa [3, 41, 58, 65, 66].

Em alguns casos, não só o custo do veículo em si, mas a inexistência de uma infra-estrutura laboratorial adequada (canal de ondas, por exemplo) torna impossível a realização de experimentos na área de robótica submarina. A teleoperação de robôs através da Internet têm por sua vez se mostrado um campo muito promissor, por permitir o compartilhamento de instalações e equipamentos experimentais entre institutos de pesquisa, que em algumas vezes chegam a estar milhares quilômetros afastados um do outro.

Neste apêndice aborda-se os detalhes de projeto e construção de um veículo submarino de operação remota, denominado AEGIR (*An Experimental General-purpose Internet-based underwater Robot*), desenvolvido pelo autor deste trabalho para operar como plataforma de testes experimentais. O projeto é uma parceria envolvendo a Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil) e a *Technische Universität Hamburg-Harburg* (Alemanha). O veículo foi construído durante a fase inicial deste trabalho,

ocorrida na Alemanha. Para garantir que ambas as instituições tivessem acesso ao AEGIR, foi idealizada e implementada uma metodologia que possibilita a teleoperação do veículo via Internet. Deste modo, o computador principal do AEGIR está permanentemente conectado à rede de banda larga do campus da TUHH, disponibilizando-o assim para a realização remota de experimentos nas áreas de cinemática, dinâmica e controle de robôs submarinos.

## Características do veículo

O AEGIR foi idealizado para servir como plataforma experimental, auxiliando no desenvolvimento de novos paradigmas para a área de controle de veículos robóticos submarinos. Deste modo, optou-se por uma arquitetura que fosse capaz de torná-lo versátil o suficiente para incorporar com rapidez novas funcionalidades, como por exemplo sensores ou manipuladores. A Figura A.1 apresenta um modelo em CAD do veículo, na qual estão destacados seus principais subsistemas.

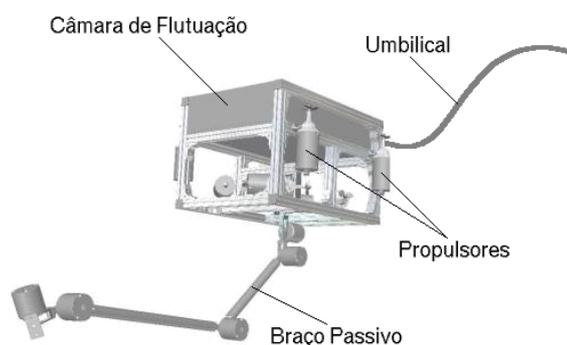


Figura A.1: Modelo em CAD do AEGIR.

Para a escolha dos sensores de posição e orientação deve-se primeiramente considerar a distância entre o veículo e o ponto de inspeção/intervenção (uma estrutura submersa, por exemplo), dividindo-se então o problema em dois domínios distintos [67]:

1. Veículo afastado da estrutura submersa
2. Veículo próximo à estrutura submersa

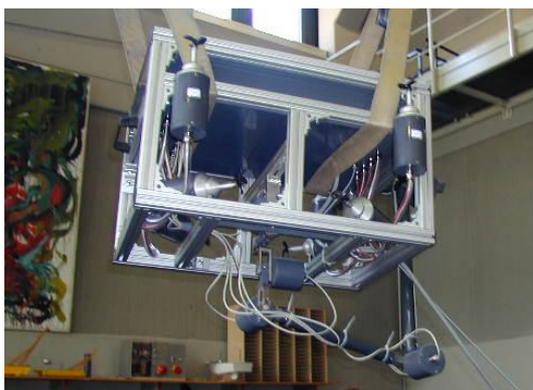
Na primeira situação, aonde a tolerância na medida da posição é maior, têm se tradicionalmente optado por sistemas acústicos e inerciais. Já no segundo caso, tra-

balhos recentes [67–69] mostram que o Braço Passivo Mecânico pode representar uma alternativa interessante. Seu princípio de funcionamento é bem simples: fixando uma extremidade do braço a um ponto conhecido da estrutura, pode-se através da sua cinemática direta determinar a posição e a orientação do veículo, preso à outra extremidade.

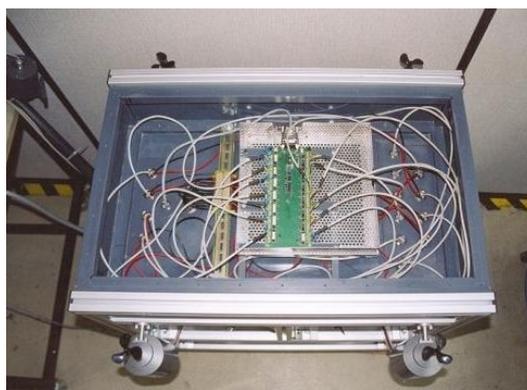
O braço passivo do AEGIR possui seis graus de liberdade, aonde cada junta de rotação possui um encoder óptico digital para a medição da posição angular.

O veículo está também equipado com 8 propulsores dispostos de modo a possibilitar manobrabilidade nos 6 graus de liberdade. Cada um deles possui um hélice de 3 pás, um motor DC de 24 V e 90 W, e um encoder óptico digital para estimar a velocidade de rotação (necessário para fornecer o sinal de realimentação do sistema de controle do propulsor).

A câmara de flutuação possui dupla funcionalidade: igualar o efeito da gravidade ao da flutuação, possibilitando “*peso nulo*” em baixo d’água, e proteger a eletrônica embarcada. Dentro da câmara estão, por exemplo, 14 microcontroladores da família 8051 responsáveis pelo pré-processamento dos sinais provenientes dos encoders (6 do braço + 8 dos propulsores). A Figura A.2(b) apresenta uma foto do AEGIR sem a tampa superior da câmara de flutuação, na qual pode-se observar a placa de circuito impresso contendo os 14 microcontroladores mencionados acima.



(a) Transporte para o tanque de testes.



(b) Eletrônica embarcada.

Figura A.2: Fotos do AEGIR.

A comunicação do veículo com o computador principal na superfície é feita através de um umbilical, utilizando o protocolo RS-485 para a transferência dos dados. O

umbilical também é responsável pela alimentação dos motores DC.

O computador principal consiste de um PC do tipo industrial, no qual foram instaladas uma placa de entrada/saída digital para ler o sinal pré-processado dos sensores e um conversor digital/analógico de 12 Bits para o controle dos propulsores. Como sistema operacional optou-se pelo Linux por ser um sistema estável e um ótimo ambiente de desenvolvimento, possuindo ampla documentação disponível e uma vasta gama de aplicativos (editores, compiladores para diversas linguagens de programação, programas servidores, etc).

## Teleoperação via Internet

O controle e a monitoração de sistemas através da Internet têm se mostrado uma excelente ferramenta, podendo ser aplicada não só em nível de pesquisa, mas também com fins educacionais como um poderoso recurso no auxílio ao ensino de disciplinas freqüentemente presentes no currículo dos cursos de engenharia, como por exemplo, mecatrônica, controle e processamento de sinais [70–72].

Particularmente na área de robótica, esta tecnologia vêm sendo empregada com sucesso a aproximadamente dez anos. Ao longo deste período foram desenvolvidos sistemas de teleoperação via Internet tanto para manipuladores fixos [73, 74], quanto para robôs móveis [75–77].

Como a velocidade da transmissão de dados via Internet é uma variável aleatória [78], que depende principalmente do tráfego na grande rede e do caminho percorrido pelos pacotes de dados através dela, não é recomendável que se adote uma metodologia baseada na teleoperação direta dos robôs.

Para contornar esta limitação, optou-se por prover o AEGIR com autonomia suficiente para que o operador precisasse apenas enviar comandos de alto nível, deixando todo o controle de baixo nível a cargo do computador principal do ROV.

A interação com o veículo pode dar-se de duas maneiras distintas, cabendo ao operador julgar qual a alternativa lhe é mais conveniente. Como primeira opção o usuário têm à sua disposição uma interface que pode ser visualizada através de um navegador de Internet comum (Mozilla, Konqueror ou Internet Explorer, entre outros). A Figura A.3 mostra, como exemplo, a página na web disponibilizada para o controle do

sistema de propulsão. Além dos campos destinados a receber as entradas do controlador (força desejada e tempo total de amostragem), pode-se encontrar algumas instruções e uma breve descrição do sistema de controle.

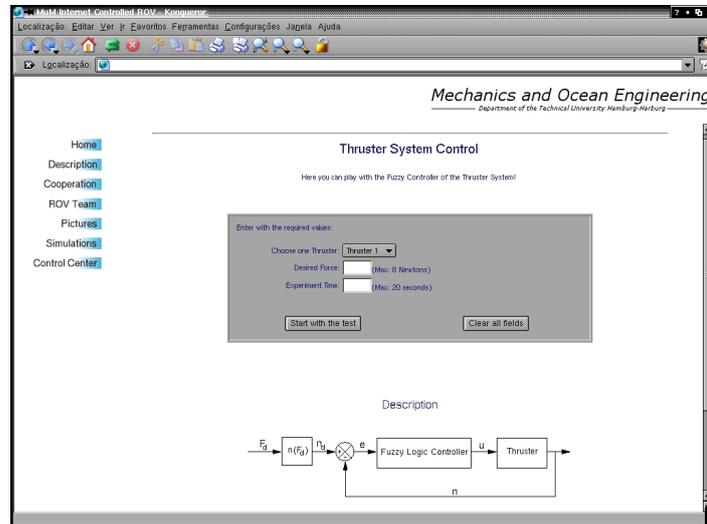


Figura A.3: Interface com o operador para sistema de controle dos propulsores.

Para viabilizar este procedimento foi instalado um programa servidor WWW (APACHE) no computador principal do AEGIR, ficando ele encarregado de enviar as páginas escritas em HTML (*Hypertext Markup Language*), para o navegador do usuário, através do protocolo HTTP (*Hyper Text Transfer Protocol*).

A comunicação entre o APACHE e o programa de controle do ROV é feita por um *script* CGI (*Common Gateway Interface*) escrito em Perl. Este mesmo *script* também é responsável por recolher e formatar os dados de resposta do sistema de controle, de modo que o APACHE possa devolver esta resposta na forma de gráficos ao navegador de Internet do operador. O CGI representa uma interface padrão entre aplicativos e servidores, possuindo inúmeros recursos que podem ser utilizados na geração dinâmica de páginas para a web [79].

Além da interface de controle, é oferecida também uma interface de simulação, que pode ser usada para avaliar o comportamento do sistema antes da realização do experimento propriamente dito.

Como segunda alternativa, o operador tem ainda a opção de controlar o veículo através de um terminal SSH (*Secure Shell*, terminal semelhante ao telnet). Para isso o servidor OpenSSH foi instalado também no computador principal. Por este terminal

o usuário pode acessar diretamente o programa de controle. Esta alternativa permite ainda que um programador possa remotamente desenvolver novas funcionalidades para o ROV.

O programa de controle foi escrito em C, por se tratar de uma linguagem de alto nível que possibilita a implementação de rotinas matemáticas com facilidade, e por permitir também a realização de tarefas de baixo nível, como a comunicação com o *Hardware*.

A Figura A.4 apresenta os detalhes da arquitetura adotada para a teleoperação do AEGIR via Internet.

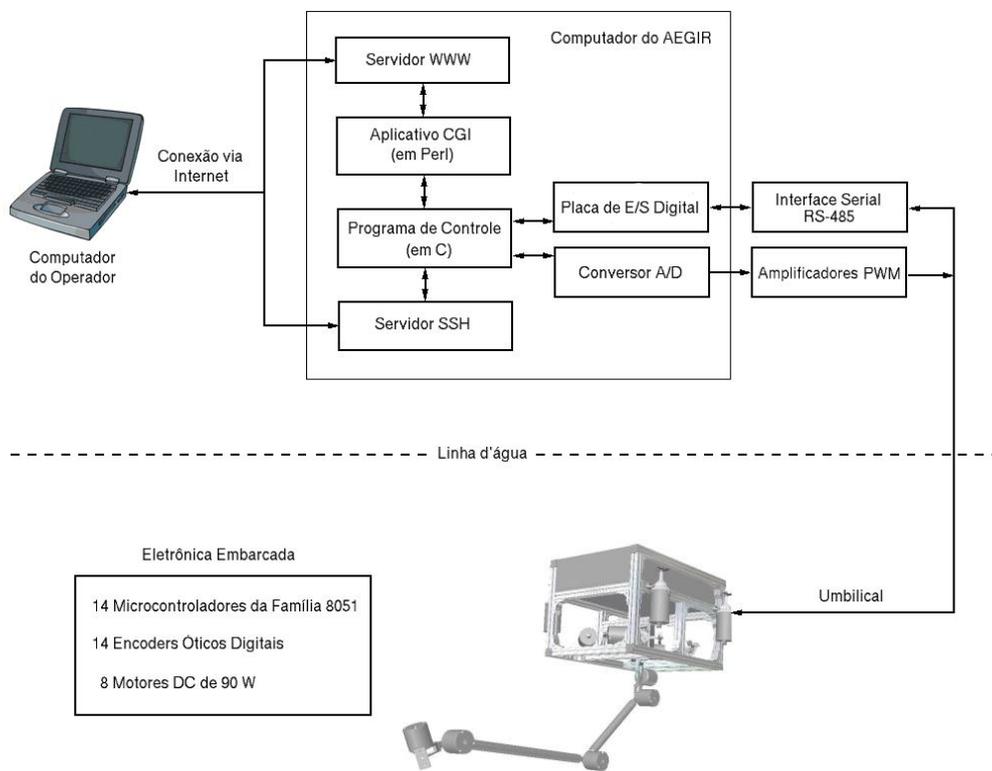


Figura A.4: Esquema da configuração adotada para a teleoperação do veículo.

## Controle do sistema de propulsão via Internet

Para demonstrar a viabilidade da metodologia proposta, foi implementado um servossistema para os propulsores do AEGIR. Um servossistema é um sistema de controle realimentado no qual a saída é alguma grandeza mecânica como: posição, velocidade ou aceleração [25].

Neste caso, empregou-se um controlador nebuloso (FLC – *Fuzzy Logic Controller*) para administrar a força produzida pelos propulsores. Tendo em vista que a força de propulsão ( $T$ ) é calculada em função da velocidade de rotação do motor, equação (4.12), utilizou-se esta grandeza como variável de realimentação do controlador, tendo em vista a facilidade com a qual pode-se estimá-la através do sinal proveniente dos encoders.

As variáveis de estado do sistema são o sinal de erro em um dado instante  $kT$  (sendo  $T$  o período de amostragem), definido na equação (A.1), e sua respectiva derivada  $\dot{e}(kT)$ . A variável de saída (ou manipulada) do controlador é a tensão  $u(kT)$  que é enviada ao motor através do conversor D/A e do amplificador do tipo PWM (*Pulse-Width Modulated*, i.e., Largura de Pulso Modulada).

$$e(kT) = \Omega_d(kT) - \Omega(kT) \quad (\text{A.1})$$

onde  $\Omega_d(kT)$  é a velocidade de rotação de referência, a qual pode ser estimada pela inversa da função zona-morta, equação (4.12), para uma determinada força de propulsão escolhida pelo usuário ( $F_d$ ).

A Figura A.5 mostra o diagrama esquemático do sistema de controle dos propulsores.

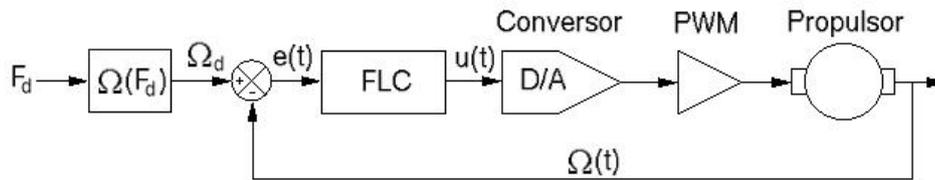


Figura A.5: Diagrama do controlador nebuloso do sistema de propulsão.

O programa do controlador foi implementado em C para permitir a comunicação com a placa de E/S digital e com o conversor D/A. Esta comunicação foi realizada através das chamadas de sistema (ioctl) do Linux. Para a interface com o usuário, optou-se pela arquitetura Navegador  $\Leftrightarrow$  Servidor WWW  $\Leftrightarrow$  Script CGI (em Perl)  $\Leftrightarrow$  Programa de Controle (em C), descrita anteriormente.

Conforme abordado no Capítulo 3, a estrutura básica do controlador nebuloso consiste em transformar as variáveis de estado em variáveis lingüísticas, para então a partir de uma base de conhecimento, armazenada sob a forma de regras, determinar a saída do controlador.

O sistema de inferência adotado foi o TSK (Takagi – Sugeno – Kang) de ordem zero, cujas regras podem ser escritas como:

$$\text{Se } e(kT) \text{ é } E_p \text{ e } \dot{e}(kT) \text{ é } \dot{E}_q \text{ então } \Delta u_r(kT) = U_{pq}$$

onde  $E_p$  e  $\dot{E}_q$  são conjuntos nebulosos, representados por funções de pertinência triangulares e trapezoidais, e  $U_{pq}$  é um valor constante.

A base de regras adotada é apresentada na Tabela A.1, onde NG, NM, NP, ZO, PP, PM e PG significam, respectivamente, Negativo–Grande, Negativo–Médio, Negativo–Pequeno, Zero, Positivo–Pequeno, Positivo–Médio e Positivo–Grande. Os valores centrais destas funções de pertinência, relativas ao erro e sua derivada são:  $C_e = \{-100; -20; -4; 0; 4; 20; 100\}$  e  $C_{\dot{e}} = \{-1,00; -0,20; -0,04; 0,00; 0,04; 0,20; 1,00\}$ . Para a resposta  $\Delta u_r(kT)$  de cada regra do sistema TSK de ordem zero adotou-se:  $U_{pq} = \{-7,0; -1,0; -0,2; 0,0; 0,2; 1,0; 7,0\}$ .

Tabela A.1: Base de regras do controlador nebuloso.

$e / \dot{e}$	NG	NM	NP	ZO	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NM	NP	PM	PG	PG
NM	NG	NM	NM	NP	PM	PM	PG
NP	NM	NP	NP	NP	PP	PP	PM
ZO	PP	PP	ZO	ZO	ZO	NP	NP
PP	PM	PP	PP	PP	NP	NP	NM
PM	PG	PM	PM	PP	NM	NM	NG
PG	PG	PG	PM	PP	NM	NG	NG

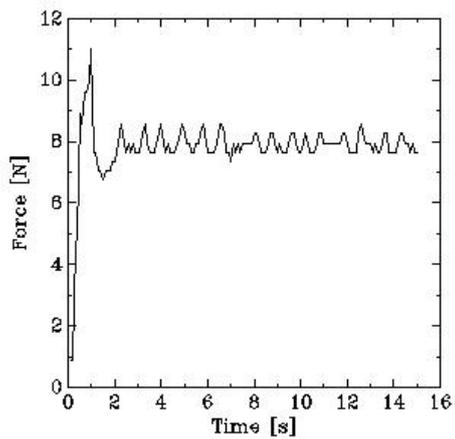
Tendo em vista que cada regra determina apenas um valor numérico como resposta, o incremento da saída do controlador  $\Delta u(kT)$  pode ser calculada através de uma média ponderada:

$$\Delta u(kT) = \frac{\sum_{r=1}^N \varpi_r \cdot \Delta u_r(kT)}{\sum_{r=1}^N \varpi_r} \quad (\text{A.2})$$

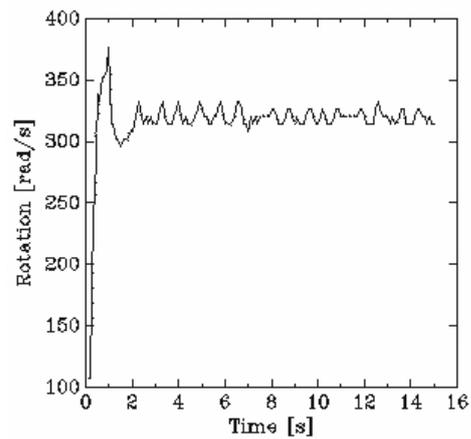
onde  $\varpi_r$  é o valor de ativação da premissa de cada uma das  $N$  regras. Deste modo, a saída do controlador é definida por:

$$u(kT) = u((k-1)T) + \Delta u(kT) \quad (\text{A.3})$$

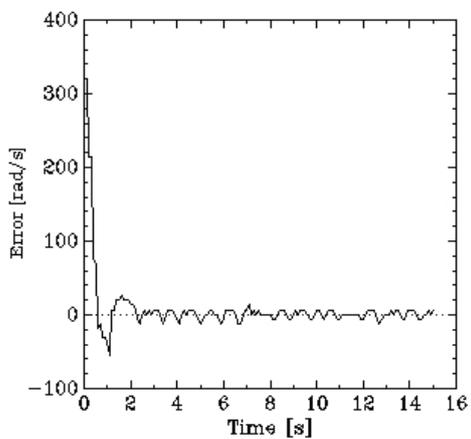
Na Figura A.6 apresenta-se alguns resultados experimentais obtidos via Internet.



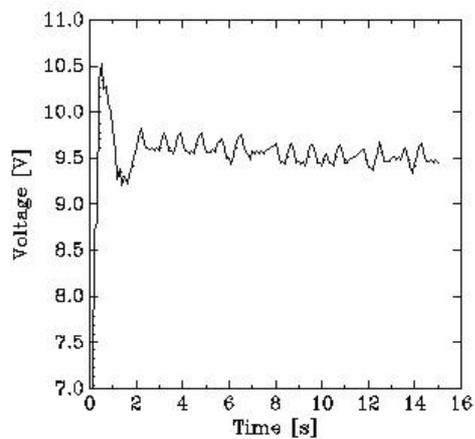
(a) Força  $\times$  Tempo



(b) Rotação  $\times$  Tempo



(c) Erro  $\times$  Tempo



(d) Tensão  $\times$  Tempo

Figura A.6: Resultados obtidos via Internet com o controlador do sistema de propulsão.

Para a obtenção dos resultados apresentados na Figura A.6, o usuário solicitou através do campo *Desired Force* na interface de controle (vide Figura A.3) que o propulsor 1 exercesse uma força de 8 N. Como pode ser visto na Figura A.6(a), este valor é atingido pelo propulsor em aproximadamente 2 s, o que demonstra a rápida resposta do controlador. As figuras A.6(b) e A.6(c) apresentam, respectivamente, a velocidade estimada a partir do sinal do encoder e o sinal de erro calculado através da equação (A.1). A variável manipulada, ou seja a tensão utilizada para o acionamento do motor antes do amplificador PWM, é apresentada na Figura A.6(d).

Os dados obtidos em cada experimento são automaticamente armazenados em um arquivo ASCII no computador principal, em um diretório acessível via Internet. Estes arquivos podem ser utilizados em análises posteriores e para comparação de resultados.

## Teste dos propulsores e escolha do hélice

Estes testes tiveram como objetivo, a obtenção experimental dos parâmetros do modelo e a avaliação do desempenho do propulsor com diferentes tipos de hélice, possibilitando a escolha do hélice que proporcionasse a melhor performance. Na Figura A.7 é apresentado o propulsor antes de sua montagem final.



Figura A.7: Montagem do propulsor.

O propulsor é composto por um motor de 24 V e 90 W da empresa alemã Faulhaber (Modelo 3863 H 024 C) e um encoder óptico digital com 2 canais defasados de 500 pulsos por rotação e 1 canal com 1 pulso por rotação (*index*), também da Faulhaber (Modelo HEDS 5540 A).

Foram testados 6 tipos de hélice, cada um deles exibindo características (diâmetro, material, passo e nº de pás) diferentes dos demais. A Figura A.8 apresenta uma foto dos hélices testados, e suas principais características são apresentadas na Tabela A.2.



Figura A.8: Hélices testados.

Tabela A.2: Resumo das características dos hélices testados.

Hélice	Nº de Pás	Diâmetro	Material	Fabricante
1	4	80 mm	Latão	Krick
2	3	80 mm	Latão	Krick
3	3	70 mm	Latão	Krick
4	4	70 mm	Plástico	Graupner
5	3	65 mm	Plástico	Graupner
6	2	60 mm	Plástico	Graupner

Para a realização dos testes com o propulsor foi montado um aparato experimental em um tanque de água, do tipo canal de ondas. Um esquema básico do dispositivo de testes é apresentado na Figura A.9.

O aparato consiste de um pêndulo rotulado, no qual em uma extremidade fixou-se o propulsor e na extremidade oposta um dinamômetro para a medição do empuxo produzido. Além do empuxo, monitorou-se também a velocidade de rotação do hélice, a corrente elétrica e a tensão fornecida ao motor.

Durante a avaliação da performance do conjunto motor/hélice, aumentou-se gradativamente a tensão ( $V_m$ ) fornecida ao motor, e a cada aumento de tensão foram medidos os valores da corrente elétrica ( $i_m$ ) e da velocidade de rotação ( $\Omega$ ). Estes valores são

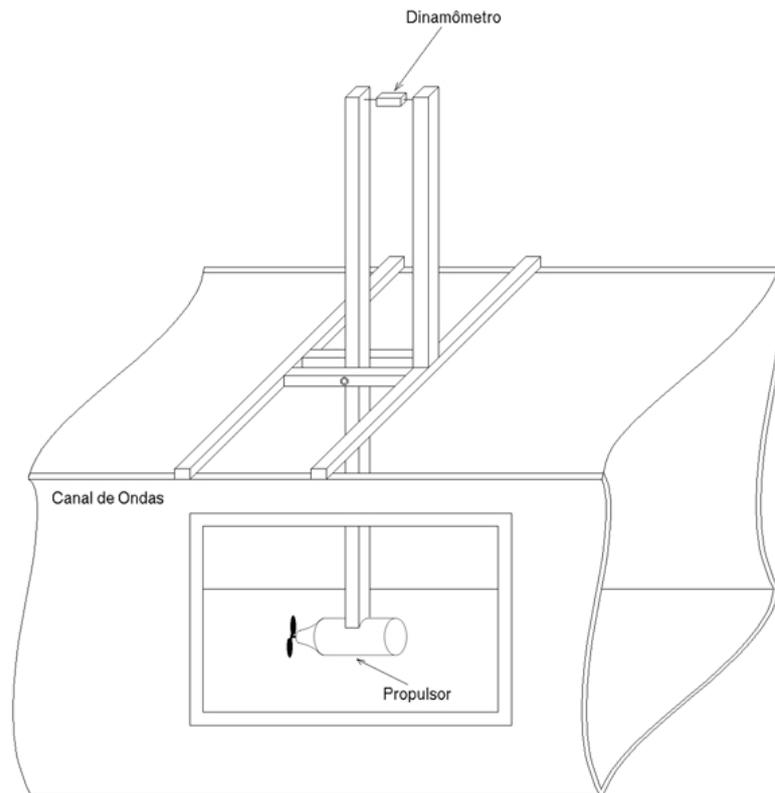


Figura A.9: Esquema do aparato experimental montado para o teste com o propulsor.

aqui apresentados em gráficos, sob a forma Potência ( $P = V_m \cdot i_m$ )  $\times$  Empuxo ( $F_p$ ), exibidos na Figura A.10. A valor da potência máxima fornecida no teste com cada hélice foi limitada pela corrente máxima admitida pelo motor.

Pode-se verificar através dos gráficos que o empuxo produzido no sentido reverso é bem inferior ao produzido no sentido direto. Isto ocorre devido a característica assimétrica dos hélices, pois estes possuem um sentido preferencial de rotação.

Aliás, para escolha do modelo que equipa o sistema de propulsão levou-se em consideração a necessidade do hélice ser fabricado nos dois sentidos preferenciais de rotação, direito e esquerdo. Esta condição visa minimizar o efeito sobre o veículo do torque produzido pelo hélice.

Após a realização dos testes verificou-se que o fabricante não dispunha dos modelos 4 e 6 com sentido preferencial de rotação contrário ao testado, impossibilitando assim que estes modelos fossem escolhidos.

Deste modo, optou-se pelo hélice nº 5, pois além deste modelo estar disponível pelo fabricante nos dois sentidos de rotação, ele foi um dos que apresentou melhor desempenho nos testes realizados (vide Figura A.10).

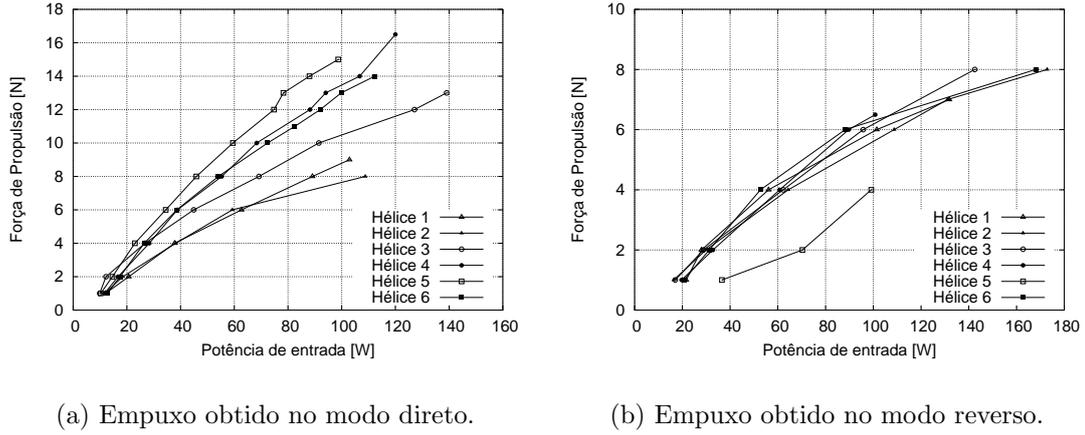


Figura A.10: Empuxo  $\times$  Potência fornecida ao motor. Resultados experimentais.

## Obtenção experimental dos parâmetros do modelo do propulsor

Para a obtenção dos parâmetros  $k_f$ ,  $k_h$ ,  $m_l$ ,  $m_r$ ,  $\delta_l$  e  $\delta_r$  do modelo matemático do propulsor, equações (4.11) e (4.12), foram utilizados os dados experimentais obtidos durante os testes com o propulsor.

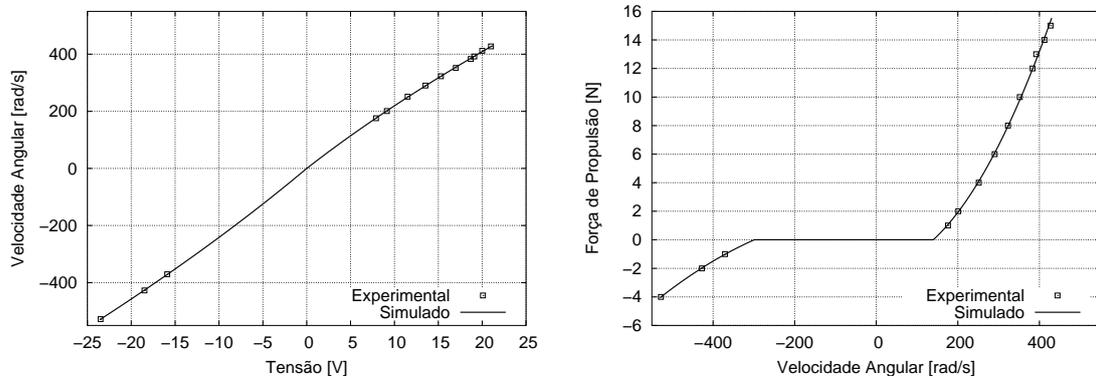
Os parâmetros supracitados foram calculados através de uma implementação do algoritmo de Levenberg–Marquardt, por se tratar de um método adequado à solução de problemas não-lineares do tipo mínimos quadrados [59].

A Tabela A.3 apresenta os parâmetros obtidos, tanto para o modo de operação direto, quanto para o modo reverso. Ressalta-se mais uma vez que esta diferença é decorrente da característica assimétrica dos hélices.

Tabela A.3: Parâmetros obtidos experimentalmente.

Parâmetro	Valor	Unidade	Modo de operação
$k_f$	$2,2 \times 10^{-3}$	Nms/rad	Direto
$k_h$	$9,3 \times 10^{-7}$	Nms <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>	Direto
$m_r$	$9,4 \times 10^{-5}$	Ns <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>	Direto
$\delta_r$	$1,9 \times 10^4$	rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	Direto
$k_f$	$2,1 \times 10^{-2}$	Nms/rad	Reverso
$k_h$	$5,8 \times 10^{-7}$	Nms <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>	Reverso
$m_l$	$2,1 \times 10^{-5}$	Ns <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>	Reverso
$\delta_l$	$-8,9 \times 10^4$	rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	Reverso

A Figura A.11 apresenta uma comparação do modelo resultante (linha sólida) com os dados experimentais obtidos. Como pode-se verificar através destes gráficos, o modelo proposto no Capítulo 4 descreve com ótima precisão a resposta de um propulsor a uma tensão fornecida. Conforme discutido anteriormente, outra grande vantagem do modelo proposto está no fato dele não necessitar de medições da velocidade axial do fluido, uma grandeza que dificilmente poderia ser medida de forma precisa durante operações com o ROV. Os parâmetros  $R_m = 0,62 \Omega$  e  $k_t = 3,33 \times 10^{-2} \text{ Nm/A}$ , empregados na simulação, foram extraídos diretamente do catálogo do fabricante do motor.



(a) Tensão  $\times$  Velocidade Angular.

(b) Velocidade Angular  $\times$  Propulsão.

Figura A.11: Comparação entre os valores simulados e levantados experimentalmente com os propulsores do ROV AEGIR.

# Referências Bibliográficas

- [1] WHITCOMB, L. L. Underwater robotics: Out of the research laboratory and into the field. In: IEEE. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. San Francisco, USA, 2000.
- [2] DA CUNHA, J. P. V. S. et al. Sistema de posicionamento dinâmico para um veículo submarino de operação remota. In: SBA. *Congresso Brasileiro de Automática*. Rio de Janeiro, Brasil, 1994.
- [3] LYGOURAS, J. N.; LALAKOS, K. A.; TSALIDES, P. G. THETIS: An underwater remotely operated vehicle for water pollution measurements. *Microprocessors and Microsystems*, v. 22, p. 227–237, 1998.
- [4] ZANOLI, S. M.; CONTE, G. Remotely operated vehicle depth control. *Control Engineering Practice*, v. 11, p. 453–459, 2003.
- [5] AMAT, J. et al. GARBI: A low-cost underwater vehicle. *Microprocessors and Microsystems*, v. 23, p. 61–67, 1999.
- [6] AKKIZIDIS, I. S. et al. Designing a fuzzy-like PD controller for an underwater robot. *Control Engineering Practice*, v. 11, p. 471–480, 2003.
- [7] SMALLWOOD, D. A.; WHITCOMB, L. L. Model-based dynamic positioning of underwater robotic vehicles: Theory and experiment. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 29, n. 1, 2004.
- [8] YOERGER, D. R.; SLOTINE, J.-J. E. Robust trajectory control of underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 10, n. 4, p. 462–470, 1985.
- [9] KIRIAZOV, P.; KREUZER, E.; PINTO, F. C. Robust feedback stabilization of underwater robotic vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 21, p. 415–423, 1997.
- [10] DA CUNHA, J. P. V. S.; COSTA, R. R.; HSU, L. Design of a high performance variable structure control of ROVs. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 20, n. 1, p. 42–55, 1995.
- [11] CHRISTI, R.; PAPOULIAS, F. A.; HEALEY, A. J. Adaptive sliding mode control of autonomous underwater vehicles in dive plane. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 15, n. 3, p. 152–160, 1990.

- [12] HEALEY, A. J.; LIENARD, D. Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 32, p. 92–98, 1985.
- [13] FOSSEN, T. I.; SAGATUN, S. I. Adaptive control of nonlinear underwater robotic systems. In: IEEE. *Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation*. Sacramento, USA, 1991.
- [14] WU, J. C.; LIU, T. S. A sliding mode approach to fuzzy control design. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, v. 4, n. 2, p. 141–150, 1996.
- [15] SONG, F.; SMITH, S. M. Design of sliding mode fuzzy controllers for an autonomous underwater vehicle without system model. In: IEEE. *Proceedings of the MTS/IEEE OCEANS'2000 Conference*. Providence, USA, 2000.
- [16] GUO, J.; CHIU, F. C.; HUANG, C. C. Design of a sliding mode fuzzy controller for the guidance and control of an autonomous underwater vehicle. *Ocean Engineering*, v. 30, p. 2137–2155, 2003.
- [17] BESSA, W. M.; DUTRA, M. S.; RAPTOPOULOS, L. S. C. Controle robusto nebuloso de sistemas não-lineares com zona-morta. In: SBMAC. *XXVIII CNMAC – Anais do XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*. São Paulo, Brasil, 2005.
- [18] SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [19] FILIPPOV, A. F. *Differential Equations with Discontinuous Right-hand Sides*. Dordrecht: Kluwer Academic, 1988.
- [20] UTKIN, V. I. *Sliding Modes and Their Application to Variable Structure Systems*. Moscow: MIR Publishers, 1978.
- [21] SLOTINE, J.-J. E. Sliding controller design for nonlinear systems. *International Journal of Control*, v. 40, n. 2, p. 421–434, 1984.
- [22] BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; USAI, E. Chattering avoidance by second order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, n. 2, p. 241–246, 1998.
- [23] LEVANT, A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, v. 76, p. 924–941, 2003.
- [24] PISANO, A.; USAI, E. Output-feedback control of an underwater vehicle prototype by higher-order sliding modes. *Automatica*, v. 40, p. 1525–1531, 2004.
- [25] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 2a. ed. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 1993.
- [26] LASALLE, J. P. An invariance principle in the theory of stability. In: HALE, J. K.; LASALLE, J. P. (Ed.). *Differential Equations and Dynamical Systems*. New York: Academic Press, 1967. p. 277–286.

- [27] LIMA, E. L. *Curso de Análise Vol.1*. 11a. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2004. (Projeto Euclides).
- [28] TAO, G.; KOKOTOVIĆ, P. V. Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 39, n. 1, p. 59–68, 1994.
- [29] KIM, J.-H. et al. A two-layered fuzzy logic controller for systems with deadzones. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 41, n. 2, p. 155–162, 1994.
- [30] LEWIS, F. L. et al. Deadzone compensation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 7, n. 6, p. 731–742, 1999.
- [31] ŠELMIĆ, R. R.; LEWIS, F. L. Deadzone compensation in motion control systems using neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 45, n. 4, p. 602–613, 2000.
- [32] SHENG, J.; SUN, J. Q. Sliding control accounting for hardware limitation of mechanical actuators with deadzone. *Journal of Sound and Vibration*, v. 266, p. 905–911, 2003.
- [33] TSAI, C.-H.; CHUANG, H.-T. Deadzone compensation based on constrained RBF neural network. *Journal of The Franklin Institute*, v. 341, p. 361–374, 2004.
- [34] WANG, X.-S.; SU, C.-Y.; HONG, H. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown dead-zone. *Automatica*, v. 40, p. 407–413, 2004.
- [35] JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T.; MIZUTANI, E. *Neuro Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- [36] JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T. Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems. *IEEE Transaction on Neural Networks*, v. 4, n. 1, p. 156–159, 1993.
- [37] BEVILACQUA, L.; KLECZKA, W.; KREUZER, E. On the mathematical modeling of ROVs. In: TROCH, I.; DESOYER, K.; KOPACEK, P. (Ed.). *Proceedings of the Symposium on Robot Control*. Vienna, Austria, 1991. p. 595–598.
- [38] FOSSEN, T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Chichester: John Wiley & Sons, 1994.
- [39] FJELLSTAD, O.-E. *Control of Unmanned Underwater Vehicles in Six Degrees of Freedom: A Quaternion Feedback Approach*. Tese (Dr.-Ing.) — The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, 1994.
- [40] KREUZER, E.; PINTO, F. C. Controlling the position of a remotely operated underwater vehicle. *Applied Mathematics and Computation*, v. 78, p. 175–185, 1996.
- [41] PINTO, F. C. *Theoretische und experimentelle Untersuchung zur Sensorik und Regelung von Unterwasserfahrzeugen*. Düsseldorf: VDI Verlag, 1996.

- [42] HSU, L. et al. Dynamic positioning of remotely operated underwater vehicles. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, v. 7, n. 3, p. 21–31, September 2000.
- [43] SMALLWOOD, D. A.; WHITCOMB, L. L. Adaptive identification of dynamically positioned underwater robotic vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 11, n. 4, p. 505–515, 2003.
- [44] YOERGER, D. R.; COOKE, J. G.; SLOTINE, J.-J. E. The influence of thruster dynamics on underwater vehicle behavior and their incorporation into control system design. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 15, n. 3, p. 167–178, 1990.
- [45] LEE, W.; KANG, G. A fuzzy model-based controller of an underwater robotic vehicle under the influence of thruster dynamics. In: IEEE. *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*. Leuven, Belgium, 1998. p. 750–755.
- [46] WHITCOMB, L. L.; YOERGER, D. R. Preliminary experiments in model-based thruster control for underwater vehicle positioning. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 24, n. 4, p. 495–506, 1999.
- [47] BESSA, W. M.; DUTRA, M. S. Compensação da dinâmica dos propulsores no controle de posição de um veículo robótico submarino. In: SBMAC. *DINCON'2005 – Anais do 4o Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações*. Bauru, Brasil, 2005.
- [48] BREMER, H. *Dynamik und Regelung Mechanischer Systeme*. Stuttgart: Teubner, 1988. (Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, v. 67).
- [49] MURRAY, R. M.; LI, Z.; SASTRY, S. S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [50] HSU, L. et al. Avaliação experimental da modelagem e simulação da dinâmica de um veículo submarino de operação remota. *Revista Controle e Automação*, v. 11, n. 2, p. 82–93, 2000.
- [51] NEWMAN, J. N. *Marine Hydrodynamics*. 5th. ed. Massachusetts: MIT Press, 1986.
- [52] KLECZKA, W.; KREUZER, E.; PINTO, F. C. Analytic-numeric study of a submerged double pendulum. In: PAIDOUSSIS, M. P.; AU-YANG, M. K. (Ed.). *International Symposium on Flow-Induced Vibration and Noise*. Anaheim, USA, 1992.
- [53] HEALEY, A. J. et al. Toward and improved understanding of thruster dynamics for underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 20, n. 4, p. 354–361, 1995.
- [54] BLANKE, M.; LINDEGAARD, K.-P.; FOSSEN, T. I. Dynamic model for thrust generation of marine propellers. In: IFAC. *Proceedings of the 5th IFAC Conference on Maneuvering and Control of Marine Craft (MCMC'2000)*. Aalborg, Denmark, 2000. p. 363–368.

- [55] BACHMAYER, R.; WHITCOMB, L. L.; GROSENBAUGH, M. A. An accurate four-quadrant nonlinear dynamical model for marine thrusters: Theory & experimental validation. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 25, n. 1, p. 146–159, 2000.
- [56] BACHMAYER, R.; WHITCOMB, L. L. Adaptive parameter identification of an accurate nonlinear dynamical model for marine thrusters. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 125, n. 3, p. 491–494, 2003.
- [57] BESSA, W. M. et al. Avaliação experimental da modelagem matemática dos propulsores de um veículo robótico submarino. In: ABCM. *CONEM 2004 – Anais do 3o Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Belém, Brasil, 2004.
- [58] BESSA, W. M. et al. Projeto e construção de um veículo robótico submarino teleoperado via Internet. In: ABCM. *CONEM 2004 – Anais do 3o Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Belém, Brasil, 2004.
- [59] MARQUARDT, D. W. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, p. 431–441, 1963.
- [60] BESSA, W. M.; DUTRA, M. S.; KREUZER, E. Thruster dynamics compensation for the positioning of underwater robotic vehicles through a fuzzy sliding mode based approach. In: ABCM. *COBEM 2005 – Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering*. Ouro Preto, Brasil, 2005.
- [61] ATASSI, N. A.; KAHLIL, H. K. A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 44, n. 9, p. 1672–1687, 1999.
- [62] LEVANT, A. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, v. 34, n. 3, p. 379–384, 1998.
- [63] BARTOLINI, G. et al. On the robust stabilization of nonlinear uncertain systems with incomplete state availability. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, v. 122, p. 738–745, 2000.
- [64] SLOTINE, J.-J. E. *Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces*. Tese (Ph.D.) — Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1983.
- [65] KREUZER, E.; PINTO, F. C. Remotely operated vehicle – mechatronic system. In: *Proceedings of the 3rd on Mechatronics and Robotics*. Paderborn, Germany: [s.n.], 1995. p. 248–261.
- [66] SMALLWOOD, D. A.; BACHMAYER, R.; WHITCOMB, L. L. A new remotely operated underwater vehicle for dynamics and control research. In: *Proceedings of the 11th International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology*. Durham, USA: [s.n.], 1999.

- [67] KREUZER, E.; PINTO, F. C. Sensing the position of a remotely operated underwater vehicle. In: MORECKI, A.; BIANCHI, G.; JAWOREK, K. (Ed.). *Proceedings of the 10th CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators*. Gdansk, Poland: Springer-Verlag, 1995. p. 323–328. CISM Courses and Lectures No. 361.
- [68] HSU, L. et al. Underwater vehicle dynamic positioning based on a passive arm measurement system. In: IARP. *Proceedings of the IARP 2nd Workshop on Mobile Robots for Subsea Environments*. Monterey, USA, 1994.
- [69] HSU, L. et al. Passive arm based dynamic positioning system for remotely operated underwater vehicles. In: IEEE. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics Automation*. Detroit, USA, 1999.
- [70] D’AQUINO, E. dos A.; DUTRA, M. S.; EVSUKOFF, A. Um simulador voltado para o ensino assistido por computador de controladores nebulosos. In: SBA. *Anais do V Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente – V SBAI*. Canela, USA, 2001.
- [71] D’AQUINO, E. dos A. *Um simulador e o Projeto de uma Bancada Experimental de Pêndulo Simples Invertido Voltados para o Ensino de Controle*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- [72] PARKIN, R. M. et al. A PID servo control system experiment conducted remotely via Internet. *Mechatronics*, v. 12, p. 833–843, 2002.
- [73] ROMARIZ JR., L. S. J.; ÁLVARES, A. J. Telerobotics: Methodology for the development of a through-the-internet robotic teleoperated system. *RBCM – J. of the Brazilian Soc. Mechanical Sciences*, v. 24, n. 2, 2002.
- [74] YOU, S. et al. A low-cost Internet-based telerobotic system for access to remote laboratories. *Artificial Intelligence in Engineering*, v. 15, p. 265–279, 2001.
- [75] ÁLVARES, A. J. et al. A navigation and path planning system for the Nomad XR4000 mobile robot with remote web monitoring. In: ABCM. *COBEM 2003 – Proceedings of the 17th International Congress of Mechanical Engineering*. São Paulo, Brasil, 2003.
- [76] SCHILLING, K.; ROTH, H.; LIEB, R. Remote control of a “Mars Rover” via Internet to support education in control and teleoperations. *Acta Astronautica*, v. 50, n. 3, p. 173–178, 2002.
- [77] GRANGE, S.; FONG, T.; BAUR, C. Effective vehicle teleoperation on the World Wide Web. In: IEEE. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. San Francisco, USA, 2000.
- [78] XI, N.; TARN, T. J. Stability analysis of non-time referenced Internet-based tele-robotic systems. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 32, p. 173–178, 2000.
- [79] GUNDAVARAM, S. *CGI Programming on the World Wide Web*. Beijing: O’Reilly & Associates, 1996.